

לימודיה 2025- כלים מתמטיים ב, רועי עידן

פעם ראשונה שהקורס רץ בפני עצמו אחרי המון שנים
(עד היום הקורס היה מאוחד ומעורבב עם כלים מתמטיים א)

עדיף לתרגל רק מבחנים ולא חוברת ש.ב.

אם סיימתם לתרגל מבחנים ויש לכם זמן ספייר: תתרגלו מתרגילי הבית

המבחן שאחרי כלים מתמטיים ב הוא כלכלה למנהלים- מאקרו.

מציע לכם להתחיל את הלמידה למאקרו בצפייה בלימודיה

שתעשה לכם סדר מופתי בראש לגבי כל הקורס.

הלימודיה התקיימה ביום חמישי שעבר, הנה קישור להורדת
מערך השיעור המלא + צפייה בהקלטה:

<https://roy-idan.co.il/pbrs>

כלים מתמטיים ב- מבנה המבחן: 15 שאלות אמריקאיות

חקירת פונקציה- 4 שאלות בלבד (תמיד מונה עם X חלקי מונה עם X)

שחזור פונקציה- 4 שאלות בלבד (אחת מהן תדרוש לבצע אינטגרל)

2 או 3 שאלות בנושא משוואת משיק- נושא חדש

2 או 3 שאלות בנושא אינטגרלים- נושא חדש

2 או 3 שאלות בנושא בעיה כלכלית- נושא חדש

- הנושא של נקודות קיצון גלובליות (מוחלטות) יכול להופיע בתוך תרגיל של משוואת משיק או בפני עצמו. בכל מקרה, כדאי ללמוד אותו רק בסוף כי הוא לא הופיע במבנה המבחן שפורסם (אך גם לא ירד רשמית למרות שנלמד בכיתה).

כלים מתמטיים בניהול ב – דף נוסחאות

פתרון משוואה ריבועית

נוסחאות כפל מקוצר

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

חוקי חזקות ושורשים

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a^0 = 1 \quad 1^n = 1$$

חוקי לוגריתמים

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \quad a^{\log_a x} = x \quad \log_a x^n = n \cdot \log_a x \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

משוואת משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $(x_0, f(x_0))$: $y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

כללי גזירה

$$[f \pm g]' = f' \pm g' \quad [af]' = af' \quad [f \cdot g]' = f' \cdot g + fg' \quad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \quad [f(g)]' = f'(g) \cdot g'$$

נוסחאות גזירה

$$(a)' = 0 \quad (x^n)' = nx^{n-1} \quad (a^x)' = a^x \ln a \quad (e^x)' = e^x \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

אסימפטוטה אנכית

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

אסימפטוטה אופקית

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

אינטגרלים

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

20% Off

רועי עידן
איתך בכל מבחן

שנה א מנע"ס! קוד קופון: SAVE20

**קוד קופון של 20% הנחה על כל קורסי הסמסטר.
כל הקורסים המקוונים מכינים מ 0**

**אורך קורס הכנה בממוצע: כ 8 שעות בלבד.
ברור שתספיקו עד המבחן לראות את הכל!**

**מפעיל אתר להכנה למבחני מנע"ס המכללה למנהל
באמצעות קורסים מקוונים (סרטוני הכנה למבחן)**

קורס מקוון כלכלה מאקרו, מנע"ס, המכללה למנהל <https://roy-idan.co.il/o9k4>

קורס מקוון כלים מתמטיים ב, מנע"ס, המכללה למנהל <https://roy-idan.co.il/8mks>

קורס מקוון סטטיסטיקה היסקית, מנע"ס, המכללה למנהל <https://roy-idan.co.il/eg2a>

קורס מקוון SQL, מנע"ס, המכללה למנהל: <https://roy-idan.co.il/tduq>

קורס מקוון יסודות המימון, מנע"ס, המכללה למנהל: <https://roy-idan.co.il/yci6>

שחזור פונקציה:

ראשית, תמיד נכין טבלה של
נקודות קיצון של הפונקציה המקורית $f(x)$

לטבלה נכניס:

1. נקודות המפגש של גרף הנגזרת עם ציר ה X
2. נקודות בהן גרף הנגזרת הפסיק (לא רציף).

נסתכל על הגרף בין המספרים שבטבלה ונזכור:

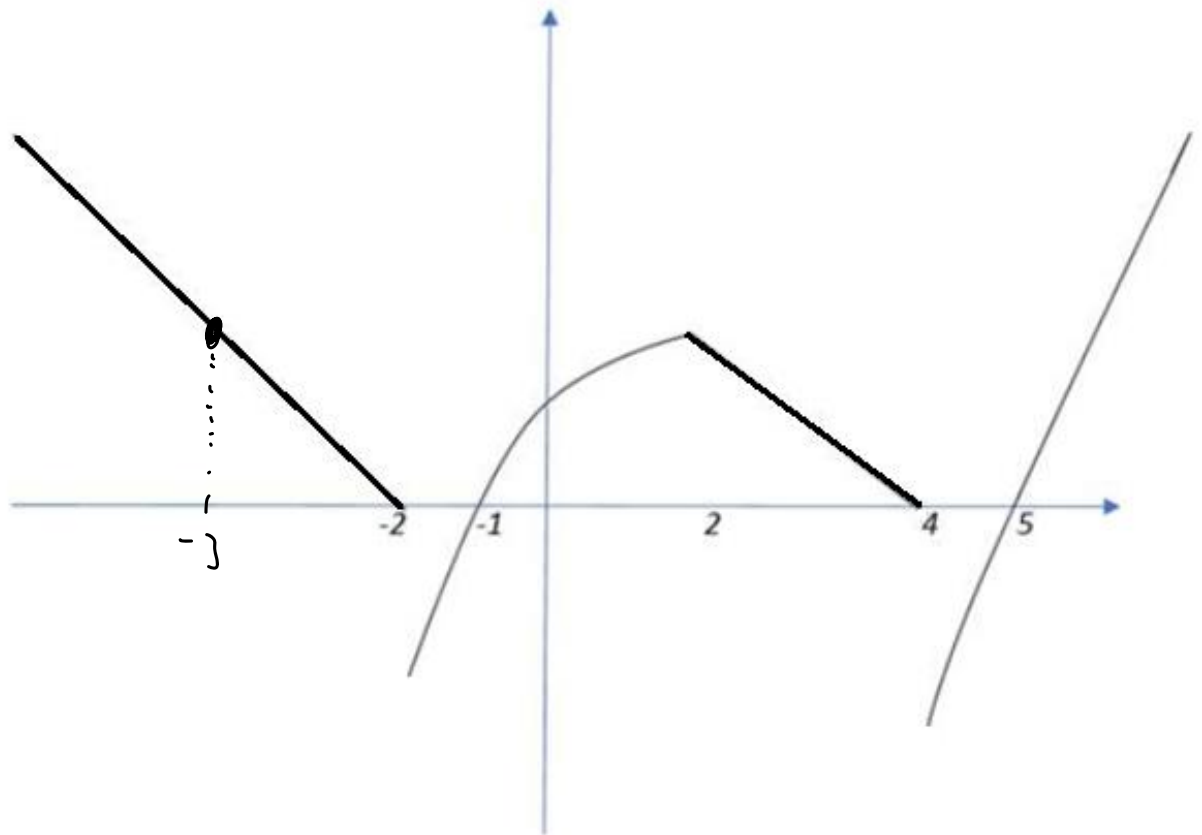
אם הנגזרת מעל ציר X : נסמן חץ עולה

אם הנגזרת מתחת לציר X : נסמן חץ יורד

בשלב האחרון נשרטט

את גרף הפונקציה המקורית $f(x)$

לפניך נתונים לארבע השאלות הבאות:



נתונים נוספים:

· פונקציה $y = f(x)$ רציפה לכל x .

$$f(5) = f(-2) = 0$$

$$f'(-2.5) = 1.5 \quad f'(2) = 2 \quad f'(4) = f'(-2) = 0$$

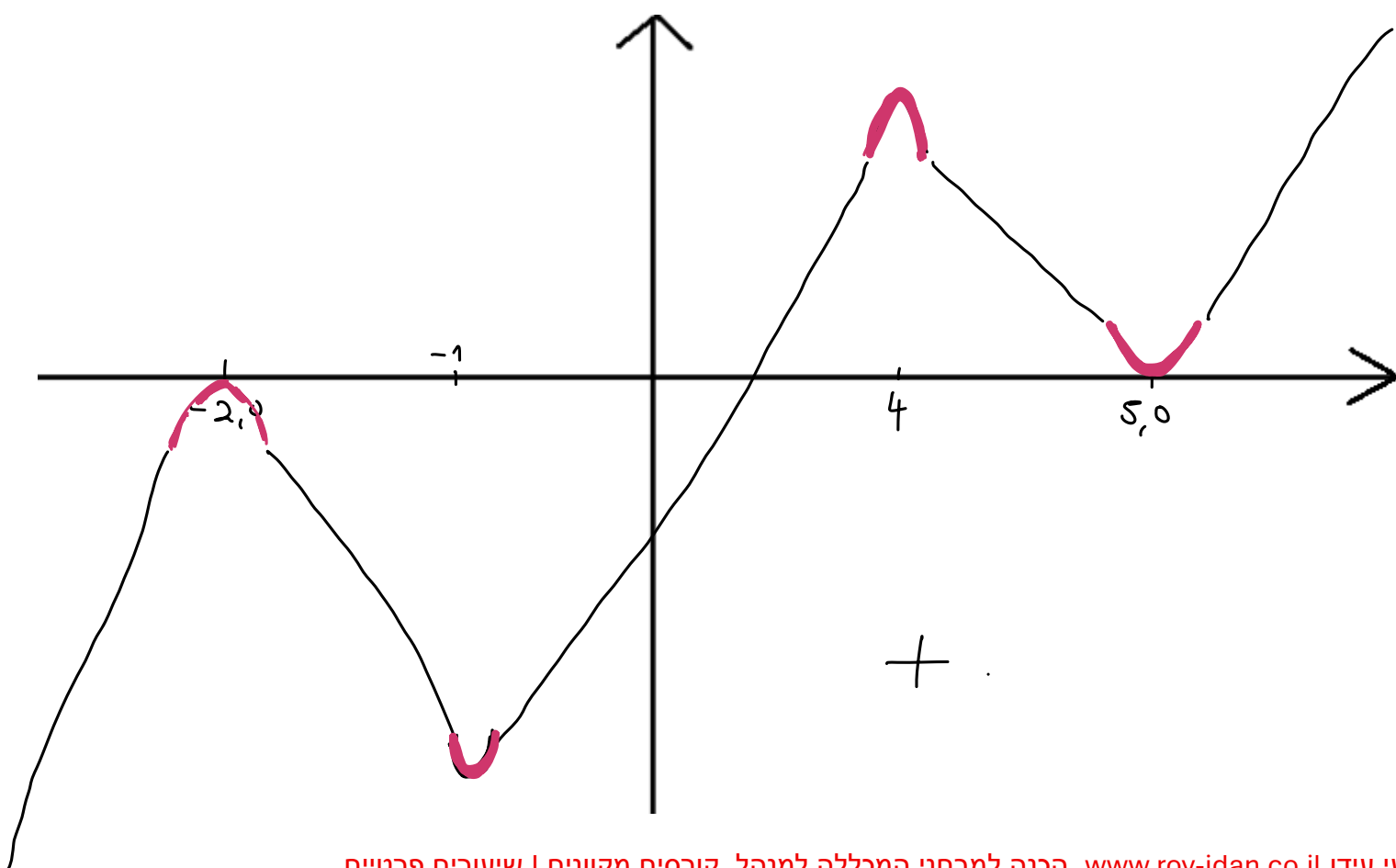
פונקציה $y = f'(x)$ היא קו ישר עבור $x < -2$ ו-בין $2 < x < 4$

בצעו שחזור על פי שלבי העבודה שנלמדו וענו על השאלות הבאות:

נכין טבלת נקודות קיצון של הפונקציה המקורית $f(x)$:

$-2, 0$ max -2	$-1, 9$ min -1	$4, 9$ max 4	$5, 0$ min 5	
$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

הכונקציה
 $f(x)$ הלקו הן:



פונקציה $f(x)$ חותכת ציר ה- X :

תשובות עבור שאלה מס' 11 (5 נק'):

א.

ב- 3 נקודות

ב.

ב- 2 נקודות

ג.

בנקודה אחת

ד.

לפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר ה- X

ה.

ב- 4 נקודות

שאלה מס' 12 (5 נק'):

ערכה של הפונקציה $f(x)$ עבור $X = -3$ הוא:

תשובות עבור שאלה מס' 12 (5 נק'):

א.

-1.5

ב.

1.5

ג.

2

ד.

1

ה.

-4

אם זיהינו היגד במבנה של $f(x)=?$ וקיבלנו גם המספר של X נעבוד לפי 5 שלבים:

שיטת 5 השלבים להיגד עם אינטגרל בשחזור פונקציה:

1. נסמן את המספר של X שקיבלנו כנתון בגרף הנגזרת.

נגלה שבאזור של X הנגזרת היא קו ישר

2. נבדוק אם בנתונים הנוספים קיבלנו את שיפוע הנגזרת באותו האזור.

אם לא, נמצא את השיפוע M בעזרת הנוסחה של שתי הנקודות אשר נמצאות על אותו קו ישר

ונציב בנוסחת הקו הישר.

$$(0, -2) \text{ נתון}$$

$$(1.5, -2.5) \text{ נתון}$$

$$M = \frac{1.5 - 0}{-2.5 - -2}$$

$$M = -3 \text{ נקודה } (-2, 0)$$

$$y - 0 = -3(x - -2)$$

$$y = -3x^2 - 6$$

3. נטגר את הקו של הנגזרת שמצאנו ונקבל את הקו של הפונקציה המקורית.

$$y = \frac{-3x^2}{2} - 6x + C$$

הכונקציה
המקורית

4. למציאת C נציב נקודה XY ששייכת לפונקציה המקורית והיא חייבת להיות בתחום בו הנגזרת היתה קו ישר

$$x \leq -2$$

(נקודה שלני)

$$(-2, 0) \text{ הנתון}$$

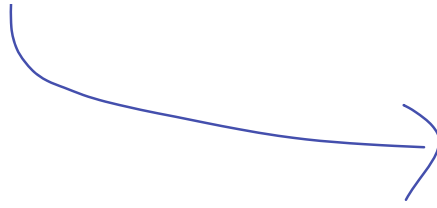
$$f(-2) = 0$$

$$y = \frac{-3x^2}{2} - 6x + C \quad ; -2, 0$$

5. נציב את X שקיבלנו בהיגד

$$0 = \frac{-3 \cdot (-2)^2}{2} - 6 \cdot -2 + C \quad C = -6$$

$$y = \frac{-3x^2}{2} - 6x - 6$$



ג-3 ב $x = -3$ מהיזר
ונקודה $f(-3) = -15$

האם נכונה

לפונקציה $f(x)$:

תשובות עבור שאלה מס' 14 (5 נק')

א.

אין אסימפטוטה אנכית ואין אסימפטוטה אופקית כאשר $x \rightarrow -\infty$

ב.

אין אסימפטוטה אנכית ויש אסימפטוטה אופקית כאשר $x \rightarrow -\infty$

ג.

יש אסימפטוטה אנכית ויש אסימפטוטה אופקית כאשר $x \rightarrow -\infty$

ד.

יש אסימפטוטה אנכית אין אסימפטוטה אופקית כאשר $x \rightarrow -\infty$

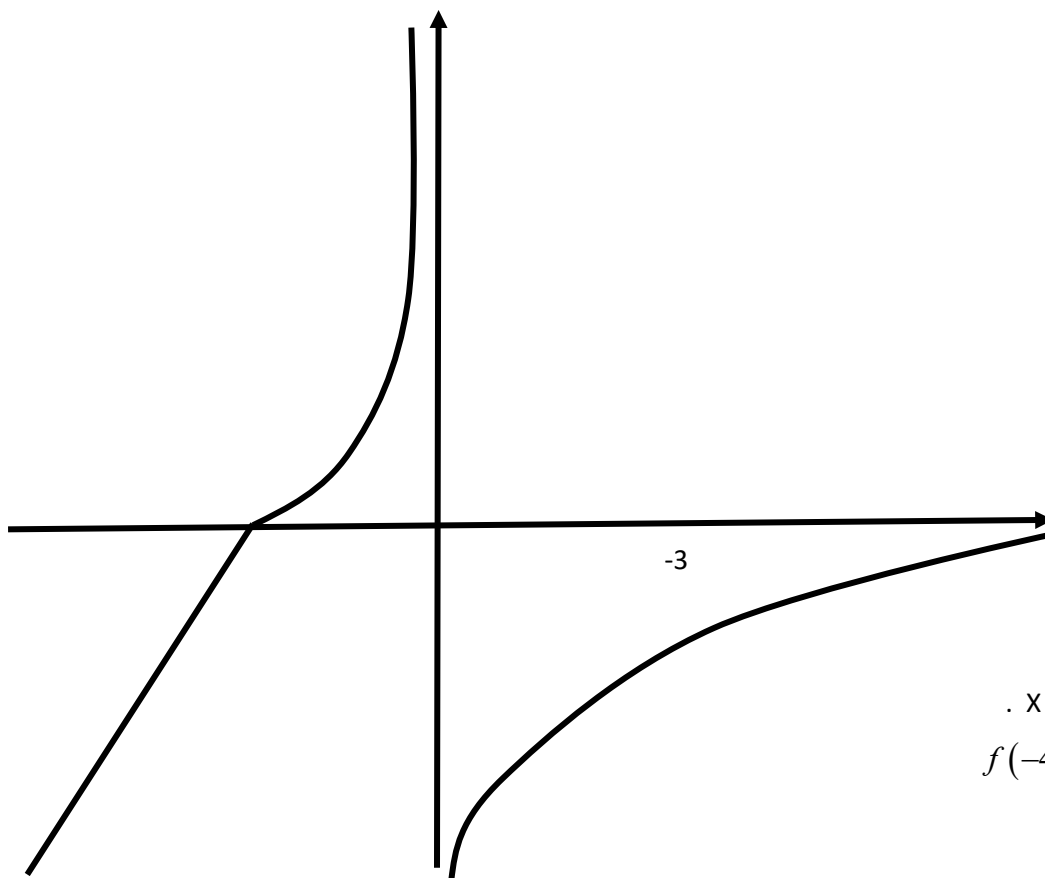
ה.

לא ניתן לענות

חוק:

בנושא שחזור פונקציה תמיד לפונקציה המקורית $f(x)$ אין אסימפטוטה אנכית.

שחזור פונקציה



נתונים נוספים:

- פונקציה $y = f(x)$ רציפה לכל x .
- $f(-4) = 3$ $f(-3) = -1$ $f(0) = 0$
- $f'(-4) = -2$
- פונקציה $y = f'(x)$ היא קו ישר עבור $x < -3$.

בצעו שחזור על פי שלבי העבודה שנלמדו וענו על השאלות הבאות:

1. פונקציה $f(x)$ חותכת ציר ה- x :

- ב-2 נקודות בלבד
- ב-3 נקודות בלבד
- בנקודה אחת בלבד
- אין לה נקודות חיתוך עם ציר
- לא ניתן לענות על השאלה.

2. נגדיר פונקציה חדשה $g(x) = +4 \cdot f(x) - 5$

- לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש את אותם ערכי x של נקודות קיצון
- לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש את אותם ערכי x של נקודות מינימום
- לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש את אותם ערכי x של נקודות מקסימום
- לפונקציה $g(x)$ יש 2 נקודות מקסימום ו-2 נקודות מינימום שזהות לנקודות קיצון של פונקציה $f(x)$
- אין קשר בין נקודות קיצון של שתי הפונקציות

3. ל- $f(x)$ ו- $f'(x)$ מתקיים:

א. $x > 0$ בתחום $f(x) \cdot f'(x) > 0$

ב. $x > 0$ בתחום $f(x) \cdot f'(x) < 0$

ג. $x > 0$ בתחום $(f'(x))^2 \cdot f(x) > 0$

ד. $x > 0$ בתחום $(f(x))^2 \cdot f'(x) > 0$

ה. $-3 < x < 0$ בתחום $f(x) \cdot f'(x) > 0$

4. לפונקציה $f(x)$:

א. יש 2 נקודות קיצון : אחת מקסימום ואחת מינימום

ב. יש רק נקודת קיצון אחת : נקודת מקסימום

ג. יש רק נקודת קיצון אחת : נקודת מינימום

ד. אין נקודות קיצון , כי היא עולה עבור כל x

ה. אין נקודות קיצון , כי היא יורדת עבור כל x

שלב 1: נבין טבלת נקודות קיצון של $f(x)$ המקורית.

נחפש את נקודות המפגש של גרף הנגזרת עם ציר X ואת נקודות ההפסקה בנגזרת:

נסתכל בין הגרפים: $f'(x)$ ו- $f(x)$
 $\rightarrow$ נקודות קיצון של $f(x)$ הן נקודות שבהן $f'(x) = 0$
 $\rightarrow$ נקודות הפסקה של $f'(x)$ הן נקודות שבהן $f'(x)$ אינו קיים

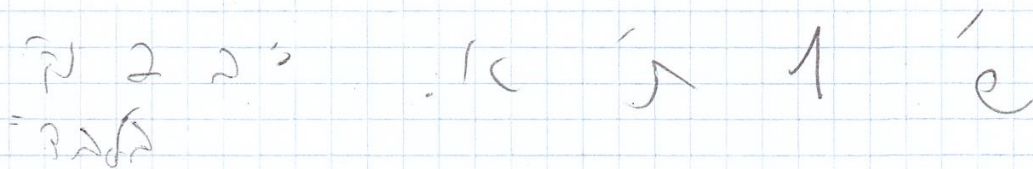
$\begin{matrix} \nearrow & & \searrow \\ & \text{max} & \\ & 0 & \\ & \nearrow & \searrow \\ \text{min} & & \end{matrix}$

$(-3, -1)$
min

$(9, 0)$
max

נקודות קיצון של $f(x)$ הן:

$x = -3$ ו- $x = 9$


$$\underbrace{f(x)}_{\text{funktionswert}} \cdot \underbrace{f'(x)}_{\text{Ableitung}}$$
$$- \frac{V_S}{pH} \times$$

$\frac{1}{x^3} = x^{-3}$
 $\frac{d}{dx} x^{-3} = -3x^{-4}$
 $= -\frac{3}{x^4}$

נגזרת

$$(f'(x))^2 \cdot f(x) \boxed{>} 0$$

$$(-)^2 \cdot -$$

$$+ \cdot - \boxed{<} 0$$

מילוי

$$\boxed{>}$$

לנגזרת

נגזרת

מילוי

$$(f(x))^2 \cdot f'(x) \boxed{>} 0$$

$$(-)^2 \cdot -$$

$$+ \cdot - \boxed{<} 0$$

לנגזרת

נגזרת הי הנכנס $-3 < x < 0$

$$\underbrace{f(x)}_{-3 < x < 0} \cdot \underbrace{f'(x)}_{-3 < x < 0} \boxed{<} 0$$

$$-3 < x < 0$$

$$-3 < x < 0$$

לנגזרת

לנגזרת

לנגזרת

לנגזרת

$$\boxed{>}$$

לנגזרת

משוואת משיק:

$$y = \sqrt{\ln^4 x + 1}$$

משוואת המשיק כאשר $1 = X$:

א. מקבילה לציר ה X

ב. מקבילה לציר ה Y

ג. $y = X$

ד. $y = 5X + 4$

ה. חסרים נתונים

$$y = \sqrt{(\ln x)^4 + 1}$$

הכנר נלסר פנלר

$$(\ln x)^4 + 1' = 4(\ln x)^3 \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = \frac{4(\ln x)^3 \cdot \frac{1}{x}}{2 \cdot \sqrt{(\ln x)^4 + 1}}$$

ח/ק:

הנלסר $x = M$
סבא

$$\frac{4(\ln x)^3 \cdot \frac{1}{x}}{2 \cdot \sqrt{(\ln x)^4 + 1}} = M$$

נ-3 ב-2 הנלסר $x = 1$

$$\frac{4 (\ln 1)^3 \cdot \frac{1}{1}}{4 \sqrt{(\ln 1)^4 + 1}}$$

$$= \frac{e^{\ln 1}}{1}$$

$$0 = e^{\ln 1}$$

$$y = \sqrt{\ln^4 x + 1}$$

$$x = 1 \quad \text{נציב}$$

בסוף האקזימון יתקבל y :

$$y = \sqrt{(\ln x)^4 + 1}$$

→ $x = 1$ נציב

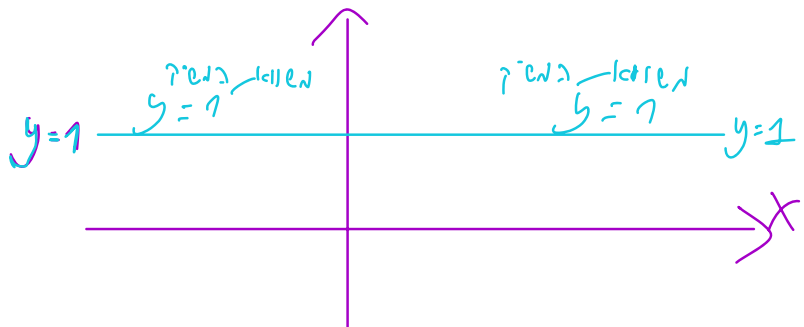
$$y = 1 \quad \text{נציב}$$

$$(1, 1) \quad \mu = 0$$

ט"ע

$$y - 1 = 0 \cdot (x - 1)$$

$y = 1$ האשק
האשק
כנראה



$$y = x \cdot e^{-x}$$

נתון ש $0 = x$ משוואת המשיק היא:

$$Y = x$$

ב. $y = 4x + 2$

ג. חסרים נתונים

ד. מקבילה לציר ה x

ה. מקבילה לציר ה y

$$y = x \cdot e^{-x}$$

1 ↙ ↘

$$e^{-x} \cdot -1$$

$$-e^{-x}$$

$$y' = 1 \cdot e^{-x} + x \cdot -e^{-x} =$$

מציאים $x =$ $\frac{1}{e}$

בנקודה $x = 0$

$$e^{-0} + 0 \cdot -e^{-0} =$$

$$1 + 0 =$$

$$1 =$$

$$(0, 1)$$

$$y - 0 = 1(x - 0)$$

$$y = x$$

המשק

$$y = x \cdot e^{-x}$$

$$y = 0 \cdot e^{-0}$$

$$y = 0$$

$Y = X \cdot \ln X$ נתון כי $e = X$ משוואת המשיק היא:

$$y = x \cdot \ln x$$

א. $Y = 2x - 2.71$

ב. $y = 4x + 2$

ג. חסרים נתונים

ד. מקבילה לציר ה X

ה. מקבילה לציר ה Y

$$y' = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

נציב $e = x$ בנקודה
ונקבל $\ln e + 1 = 2$

$$\ln e + 1 = 2$$

$$2 = 2$$

$$y - e = 2(x - e)$$

$$y = 2x - 2e + e$$

$$y = 2x - e$$

$$(e, e)$$

נציב $x = e$

נחזיר את הנקודה

$$y = e \cdot \ln e$$

$$y = e$$

בעיה כלכלית:

$$R = P * X = \text{הכנסות} = \text{פדיון}$$

$$\text{רווח} = \text{הכנסות} - \text{הוצאות}$$

חוק מיני-מקס MIN MAX:

המילים מינימום או מקסימום אומרות לנו לגזור ולהשוות ל 0

חוק "בדיקה מגזירה":

אם הנגזרת הנוספת שלילית: הוכחנו MAX

אם הנגזרת הנוספת חיובית: הוכחנו MIN

עלות שולית $\xrightarrow{\text{לגזור}}$ עלות

עלות שולית $\xleftarrow{\text{לגזור}}$ עלות

פדיון שולי $\xrightarrow{\text{לגזור}}$ פדיון

פדיון שולי $\xleftarrow{\text{לגזור}}$ פדיון

נתון כי העלות ברמת ייצור של x יחידות מוצר מסוים בשבוע נתונה ע"י $TC(x) = x^3 - 30x^2 + 10000$

- א. ברמת ייצור של 5 יחידות העלות שווה ל-9375 ורמת הייצור עבורה העלות השולית מינימלית שווה ל-10.
 ב. ברמת ייצור של 5 יחידות העלות שווה ל-9375 ורמת הייצור עבורה העלות השולית מינימלית שווה ל-20.
 ג. ברמת ייצור של 5 יחידות העלות שווה ל-9375 ורמת הייצור עבורה העלות השולית מינימלית שווה ל-15.
 ד. ברמת ייצור של 5 יחידות העלות שווה ל-9350 ורמת הייצור עבורה העלות השולית מינימלית שווה ל-10.
 ה. ברמת ייצור של 5 יחידות העלות שווה ל-9350 ורמת הייצור עבורה העלות השולית מינימלית שווה ל-20.

נ.צ.ב. $x=5$ ב TC ו TC' $\rightarrow$ TC סק העלות TC :

$$TC = 5^3 - 30 \cdot 5^2 + 10,000$$

$$TC = 9375$$

עלות שולית $\rightarrow$ עלות

$$x^3 - 30x^2 + 10000 \rightarrow 3x^2 - 60x$$

לפי חוק המינימום:

$$y' = 6x - 60 = 0$$

$$6x = 60$$

$$x = 10$$

בדקה:

$$y'' = 6 > 0$$

הוכחה
min



העלות א נכונה.

פונקציית העלות השולית נתונה $MC(x) = 3x^2 - 12x - 5$ כאשר x הוא מספר היחידות המיוצרות.
 ידוע שברמת ייצור של 5 יחידות, העלות הכוללת היא 200 ש"ח.
 1. מהי העלות הקבועה (ההוצאה הקבועה) של היצרן?

עלות שולית ← עלות

- א. 250 ✓
- ב. 300
- ג. 432
- ד. 145

$$MC(x) = 3x^2 - 12x - 5$$

$$C(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{12x^2}{2} - 5x + C$$

$$C(x) = x^3 - 6x^2 - 5x + C \quad (x=5 \text{ נתון})$$

$$200 = 5^3 - 6 \cdot 5^2 - 5 \cdot 5 + C$$

$$C = 250$$

העלות הקבועה היא 250

פדיון שולי בייצור של x יחידות מוצר מסוים בשבוע שווה $2000x + 1000$

נתון שפדיון בייצור של 5 יחידות שווה ל-40000 ש"ח.

אזי פדיון בייצור של 7 מוצרים שווה ל:

א. 66000 ✓

ב. 60000

ג. 50000

ד. 56000

ה. 66600

פדיון שולי → פדיון

פדיון שולי
 $2000x + 1000$
 פדיון

$$P(x) = \frac{2000x^2}{2} + 1000x + C$$

$$40000 = \frac{2000 \cdot 5^2}{2} + 1000 \cdot 5 + C \quad ; \quad x=5$$

$$10000 = C$$

$$P(x) = \frac{2000x^2}{2} + 1000x + 10000$$

נציב $x=7$ ונחשב הפדיון:

$$P(7) = 10000 + 1000 \cdot 7 + 1000 \cdot 7^2$$

$$P(7) = 10000 + 7000 + 49000$$

$$P(7) = 66000 \quad \checkmark$$

התשובה היא א.

העלות השולית בייצור של X יחידות מוצר ביום הינה $mc(x) = 300 + 15x$, והעלות היומית הקבועה היא 15000 ₪.

מפעל מוכר כל יחידה ב-12000 ₪.

אזי כמות המוצרים שהמפעל ייצר כדי לקבל רווח מקסימאלי היא:

- א. 780 ✓
- ב. 380
- ג. 400
- ד. 790
- ה. 760

$$TC = \text{הכנסות} - \text{הוצאות}$$

$$TC = P \cdot X - \text{הוצאות}$$

$$TC = 12,000 \cdot X - \text{הוצאות}$$

$$TC = 300 \cdot X + \frac{15X^2}{2} + C$$

עלות שולית $300 + 15x$

$$TC = 300X + 7.5X^2 + 15000$$

$$R(x) = 12,000 \cdot x - \boxed{-18}$$

$$R(x) = 12000x - (300x + 7.5x^2 + 15000)$$

$$R(x) = 12,000x - 300x - 7.5x^2 - 15,000$$

$$R(x) = -7.5x^2 + 11,700x - 15,000$$

$$\therefore \text{נקודת הפיתול}$$

$$R(x) = -15x + 11700 = 0$$

$$11700 = 15x$$

$$\therefore 780 = x \quad \checkmark$$

$$\therefore \text{נקודת הפיתול}$$

$$\begin{matrix} 15 \\ -15 \end{matrix}$$

$$-15 < 0$$

$$\therefore \text{הפונקציה היא קעורה}$$

חקירת פונקציה

שלבי עבודה קבועים:

1. תחום הגדרה:

תמיד המכנה חייב להיות שונה מ-0.
עלינו לזכור את התוצאות שיתקבלו במהלך כל החקירה.

2. נקודות קיצון:

א. גוזרים את הפונקציה המקורית לפי נוסחת המנה, משווים ל-0
(המכנה תמיד ייעלם במייד).

נגזרת מנה:

$$\frac{\text{מכנה גזור} * \text{מונה רגיל} - \text{מכנה רגיל} * \text{מונה גזור}}{\text{המכנה בריבוע}}$$

נקבל X ים ונבדוק אם הם נפסלים בתחום ההגדרה

ב. נציב את ה X ים שקיבלנו בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה Y

ג. נכין טבלה שתכיל את ת.ה וגם את ה X ים שמצאנו בסוף שלב א.

נמציא מספרים נוחים ונציבם בנגזרת האחרונה.

תוצאה חיובית היא חץ עולה
תוצאה שלילית היא חץ יורד

נרשום אם קיבלנו נקודת מינימום או מקסימום או שאין בכלל נקודות קיצון.

3. חיתוך עם ציר ה X, תמיד נציב $0=Y$
חיתוך עם ציר ה Y, תמיד נציב $0=X$

4. קיימים שני סוגי אסימפטוטות:

אסימפטוטה אנכית

המספרים מת.ה הם האס האנכית ללא בדיקה נוספת,

למשל אם קיבלנו בת.ה ש:

$$x \neq 3$$

$$x \neq 0$$

אז יש אסי אנכית ב $x=3$ ויש אס אנכית ב $x=0$

אסימפטוטה אופקית:

אס אופקית: 3 חוקים שעלינו לשנן:

עלינו לקחת את החזקה הכי גבוהה במונה וגם את החזקה הכי גבוהה שבמכנה ולערוך השוואה בגודל.

חזקת מכנה = חזקת מונה
יש אס אופקית שהיא:

$$y = \frac{\text{מקדם החזקה}}{\text{מקדם החזקה}}$$
$$f = \frac{-3x^4 + x}{4x^4 + 7}$$

יש אס אופקית שהיא:

$$y = \frac{-3}{4}$$

חזקת מכנה > חזקת מונה
לכן אין אס אופקית

$$f = \frac{x^4 + x}{4x^3 + 7}$$

לכן אין אס אופקית

חזקת מכנה < חזקת מונה

יש אס אופקית שהיא: $y=0$

$$f = \frac{x^2 + x}{4x^3 + 7}$$

יש אס אופקית שהיא: $y=0$

תמיד בשרטוט עצמו אסימפטוטות הן קו מרוסק (מקווקו)
כאשר העיקרון הוא שרק בקצוות של הקו המרוסק הפונקציה חייבת להתלכד, להתמזג, להיצמד ולהתמגנט תמיד עם קצה הקו המרוסק (קצה האסימפטוטה).

5. שרטוט:

נמקם התוצאות לפי סדר הסעיפים: הכל חייב להתחבר באופן מושלם- אחרת טעינו

חקרו את הפונקציה וענו על ארבע השאלות הבאות:

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{1 - 2x + x^2}$$

$$1 - 2x + x^2 \neq 0$$

$$x \neq 1 \text{ ו } x \neq 0$$

$$x \neq 1 \text{ ו } x \neq 0$$

k. ו.ה.:

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{1 - 2x + x^2} \xrightarrow{\cdot} \frac{2x}{(-2 + 2x)}$$

$$\frac{2x}{(-2 + 2x)}$$

$$y' = \frac{2x(1 - 2x + x^2) - (x^2 + 5) \cdot (-2 + 2x)}{(1 - 2x + x^2)^2} = 0$$

$$2x - 4x^2 + 2x^3 - [-2x^2 + 2x^3 - 10 + 10x] = 0$$

$$2x - 4x^2 + 2x^3 + 2x^2 - 2x^3 + 10 - 10x = 0$$

$$y' = -2x^2 - 8x + 10 = 0$$

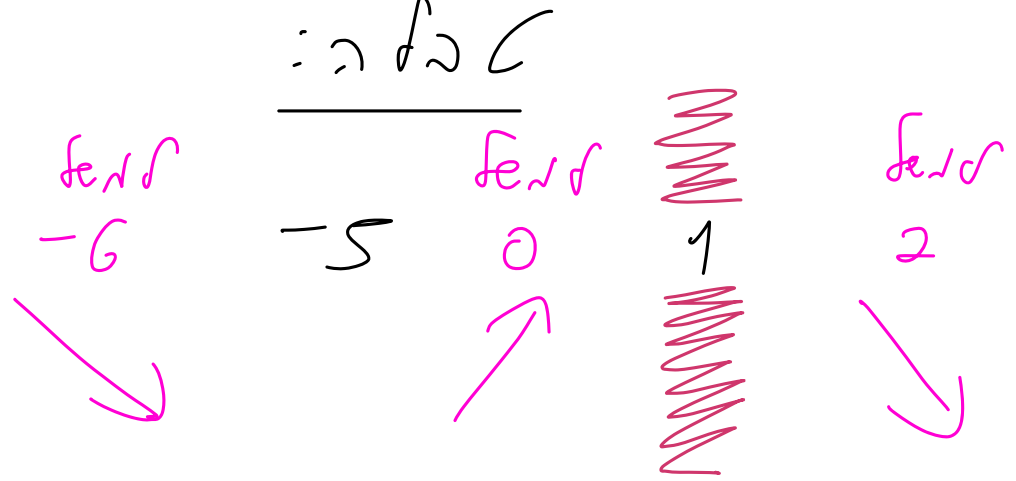
$$x = 1 \text{ נכנס למנהל}$$

$$x = -5 \rightarrow$$

$$y = 0.83$$

בנקודה
y

$$(-5, 0.83)$$



$$y' = -2x^2 - 8x + 10$$

$$x = -6$$

()
-

$$x = 0$$

()
+

$$x = 2$$

()
-

$$\min(-5, 0.83)$$

יחס

$$-5 < x < 1$$

$$x > 1 \quad \text{+} \quad \text{יחס}$$

$$x < -5$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{1 - 2x + x^2}$$

ה'ג'ח ע'ר x, ז'ב'ז y=0

$$0 = \frac{x^2 + 5}{1 - 2x + x^2}$$

0 = x^2 + 5 → ה'כ'ל נ'ק'ר'ז ה'כ'ל נ'ק'ר'ז ה'כ'ל נ'ק'ר'ז
 x ז'ב'ז ע'ר ה'כ'ל נ'ק'ר'ז

ה'ג'ח ע'ר y, ז'ב'ז x=0
y = 5
y = 5 (0, 5)

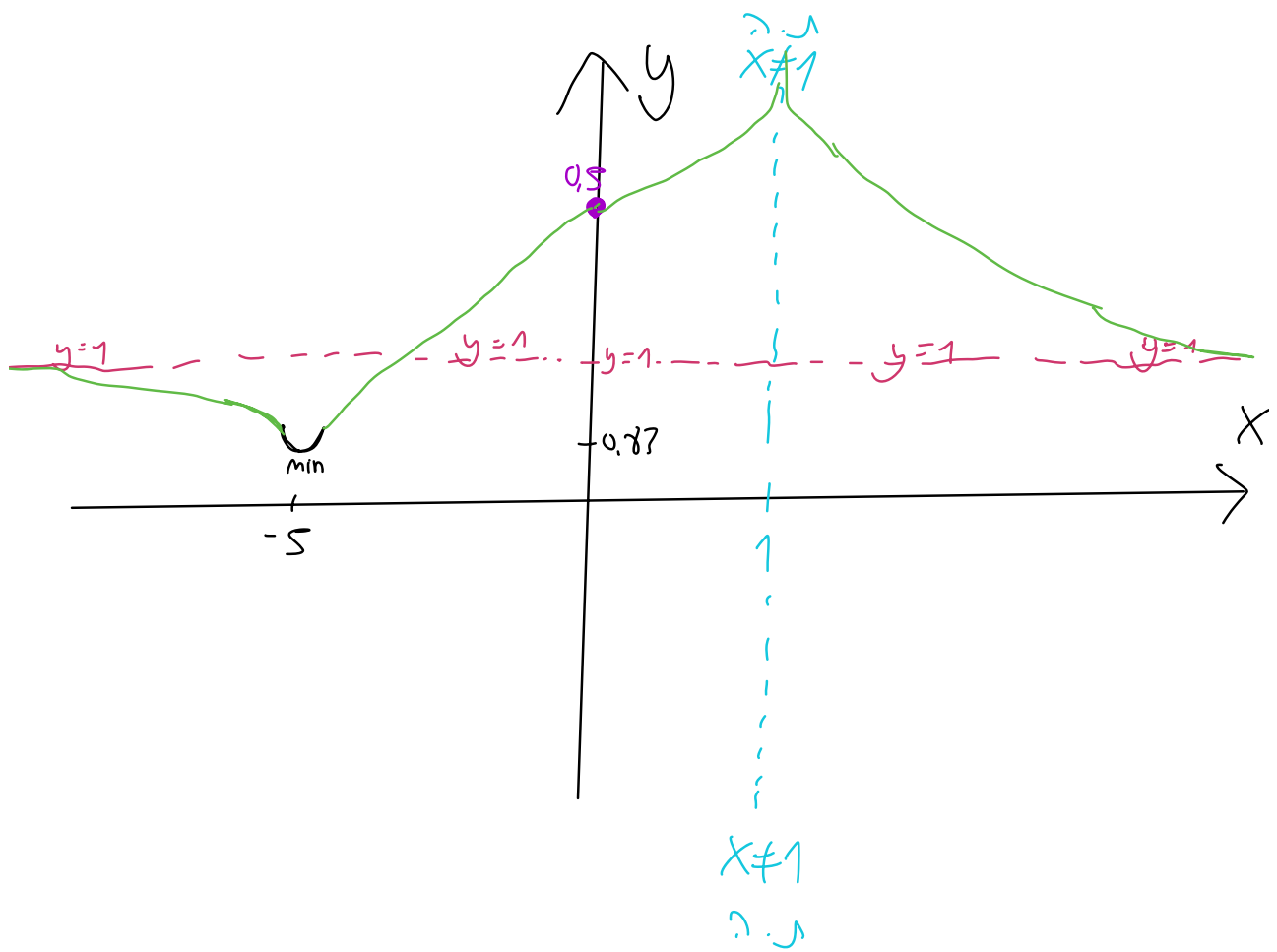
ה'כ'ל נ'ק'ר'ז
 (ה'כ'ל) x = 1

ה'כ'ל נ'ק'ר'ז

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{1 - 2x + x^2}$$

$$y = \frac{1}{1}$$

y = 1 ה'כ'ל נ'ק'ר'ז



מהי נקודת הקיצון של הפונקציה הנתונה:

תשובות עבור שאלה מס' 1 (5 נק'):

א.

יש רק נקודת קיצון אחת, נקודת מינימום.

ב.

יש 2 נקודות קיצון.

ג.

יש רק נקודת קיצון אחת, נקודת מקסימום.

ד.

אין נקודות קיצון, כי הפונקציה עולה עבור כל תחום הגדרתה.

ה.

אין נקודות קיצון, כי הפונקציה יורדת עבור כל תחום הגדרתה.

שאלה מס' 2 (5 נק'):

מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה הנתונה:

תשובות עבור שאלה מס' 2 (5 נק'):

א.

תחומי ירידה: $x < -5$, $x > 1$, תחומי עליה: $-5 < x < 1$

ב.

תחומי עליה: $x < -5$, $x > 1$, תחומי ירידה: $-5 < x < 1$

ג.

תחומי ירידה: $x > 1$, תחומי עליה: $x < -5$

ד.

תחומי ירידה: $x > 0$, $x < -5$, תחומי עליה: $-5 < x < 0$

ה.

תחומי ירידה: $x > 0$, תחומי עליה: $x < 0$

מהן האסימפטוטות של הפונקציה (אנכיות ואופקיות):

תשובות עבור שאלה מס' 3 (5 נק')

א.

יש אסימפטוטה אנכית אחת ויש אסימפטוטה אופקית.

ב.

יש שתי אסימפטוטות אנכיות ויש אסימפטוטה אופקית.

ג.

יש שתי אסימפטוטות אנכיות, אך אין אסימפטוטה אופקית.

ד.

אין אסימפטוטה אנכית, אך יש אסימפטוטה אופקית.

ה.

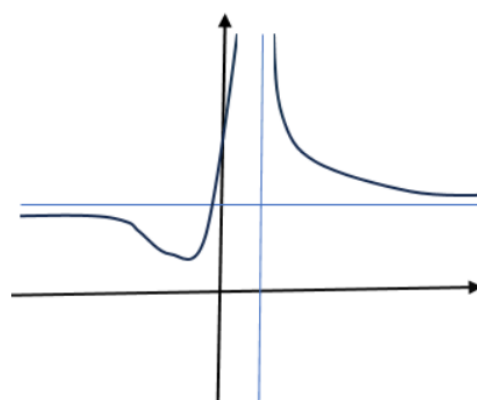
אין אסימפטוטות.

שאלה מס' 4 (5 נק')

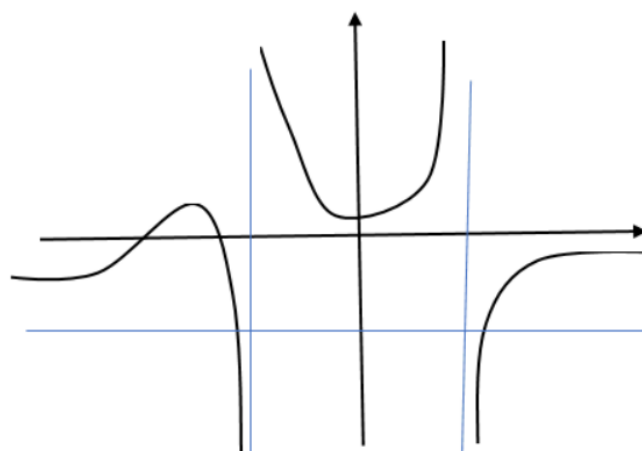
מהי הסקיצה של גרף הפונקציה:

תשובות עבור שאלה מס' 4 (5 נק')

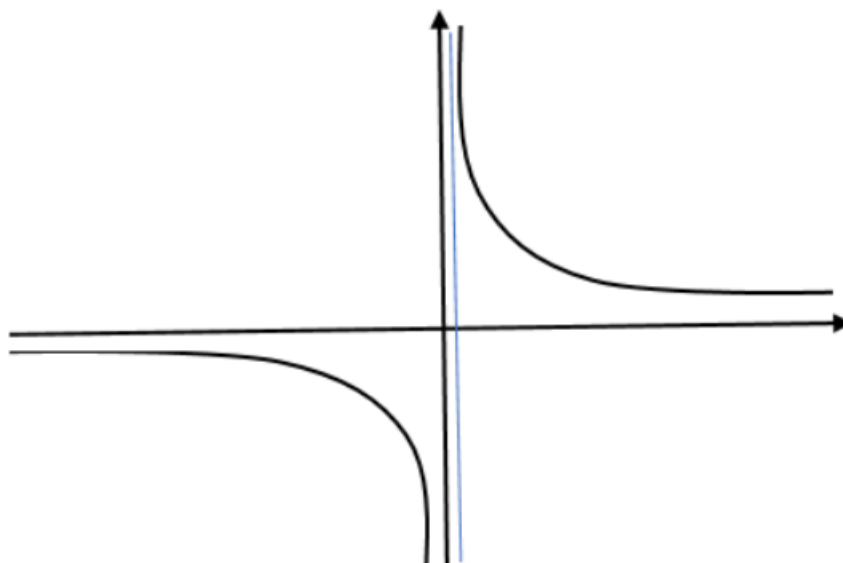
א.



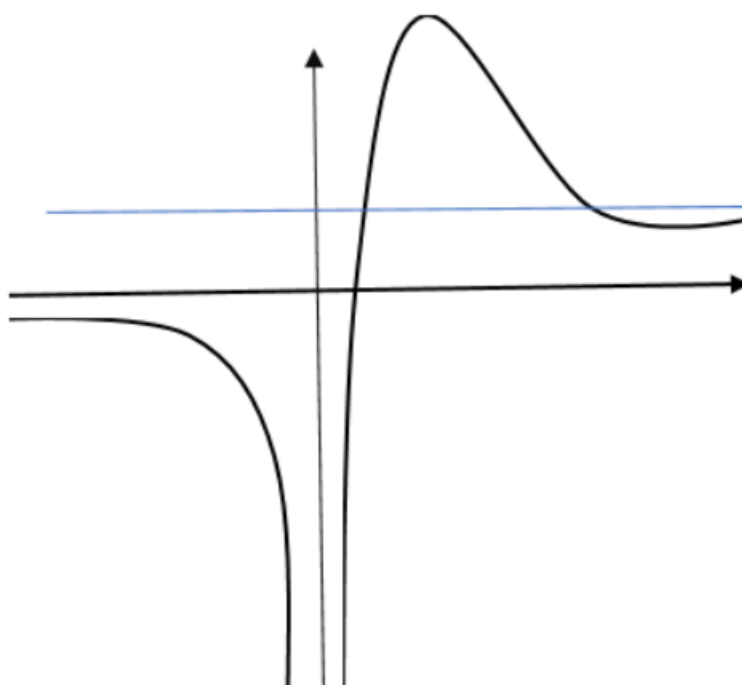
ב.



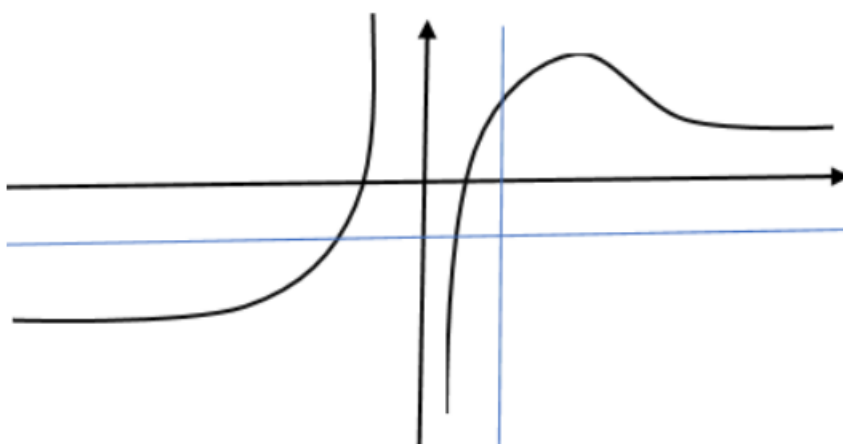
ג.



ד.



ה.



חקרו את הפונקציה וענו על השאלות הבאות:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$$

שאלה מס' 1 (5 נק')

מהי נקודת הקיצון של הפונקציה הנתונה היא:

תשובות עבור שאלה מס' 1 (5 נק')

א.

יש 2 נקודות קיצון.

ב.

יש רק נקודת קיצון אחת, נקודת מינימום.

ג.

יש רק נקודת קיצון אחת, נקודת מקסימום.

ד.

אין נקודות קיצון, כי פונקציה עולה עבור כל תחום הגדרתה.

ה.

אין נקודות קיצון, כי פונקציה יורדת עבור כל תחום הגדרתה.

א.

תחומי ירידה: $x > 2, 0 < x < 2, x < -4$
תחומי עליה: $-1 < x < 0, -4 < x < -1$

ב.

תחומי עליה: $x > 2, 0 < x < 2, x < -4$
תחומי ירידה: $-1 < x < 0, -4 < x < -1$

ג.

תחומי ירידה: $x < -4$
תחומי עליה: $x > -4$

ד.

תחומי ירידה: $x > -4, x < 0$
תחומי עליה: $-4 < x < 0$

ה.

תחומי ירידה: $x > 0$
תחומי עליה: $x < 0$

שאלה מס' 3 (5 נק')

מהן האסימפטוטות של הפונקציה (אנכיות ואופקיות):

א.

יש שתי אסימפטוטות אנכיות ויש אסימפטוטה אופקית.

ב.

יש שתי אסימפטוטות אנכיות, אך אין אסימפטוטה אופקית.

ג.

אין אסימפטוטה אנכית, אך יש אסימפטוטה אופקית.

ד.

יש אסימפטוטה אנכית אחת ואסימפטוטה אופקית.

ה.

אין אסימפטוטות.

א.

פונקציה לא מוגדרת בשתי נקודות ויש לה נקודת חיתוך אחת עם צירים

ב.

פונקציה לא מוגדרת בשתי נקודות אין לה נקודות חיתוך עם צירים

ג.

פונקציה לא מוגדרת בנקודה אחת בלבד ויש שתי נקודות חיתוך עם צירים

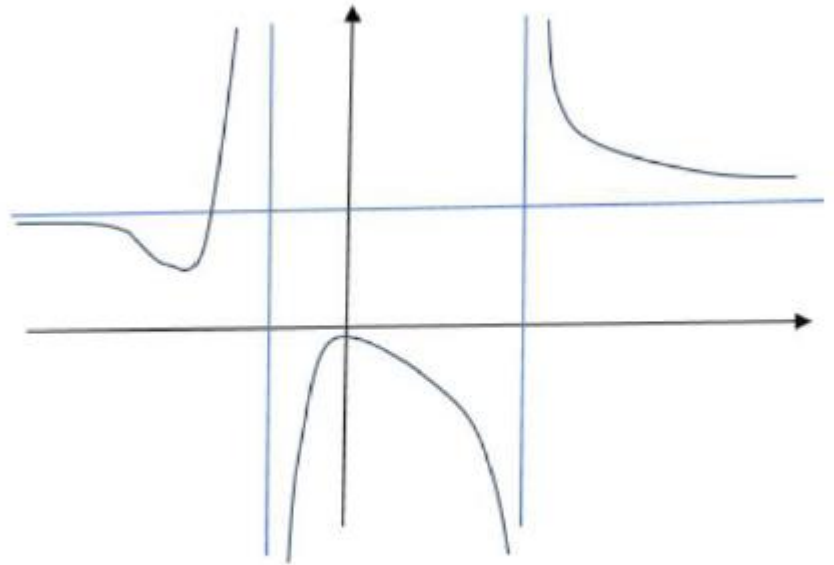
ד.

פונקציה לא מוגדרת בנקודה אחת בלבד ואין לה נקודות חיתוך עם צירים

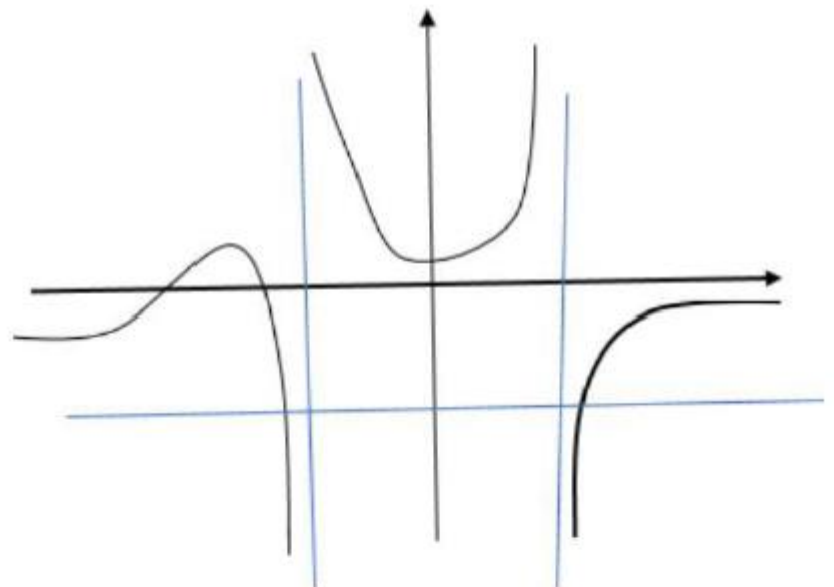
ה.

פונקציה מוגדרת עבור כל x ויש לה נקודת חיתוך אחת עם צירים

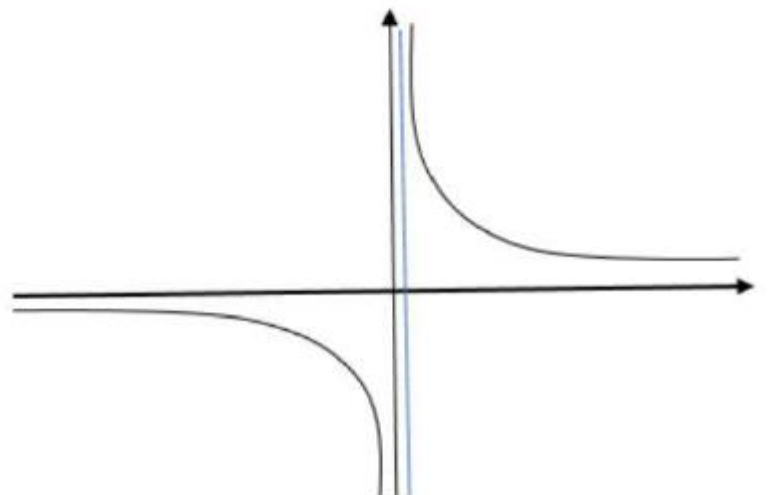
א.



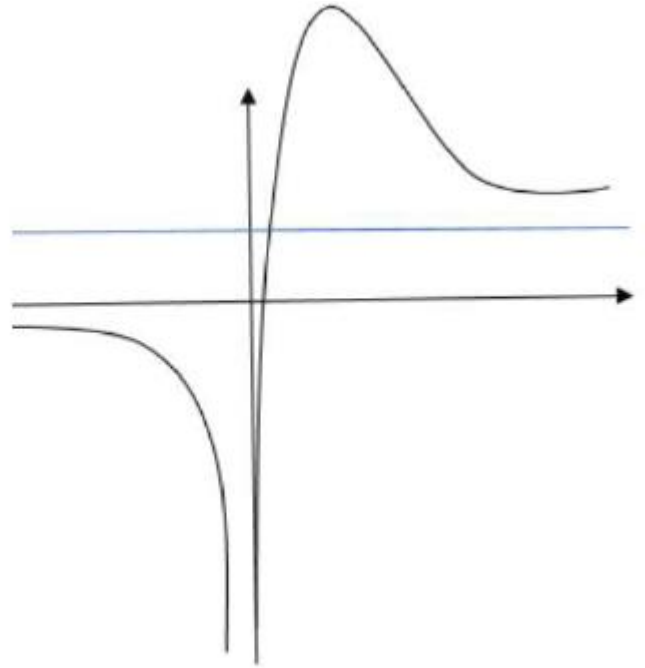
ב.



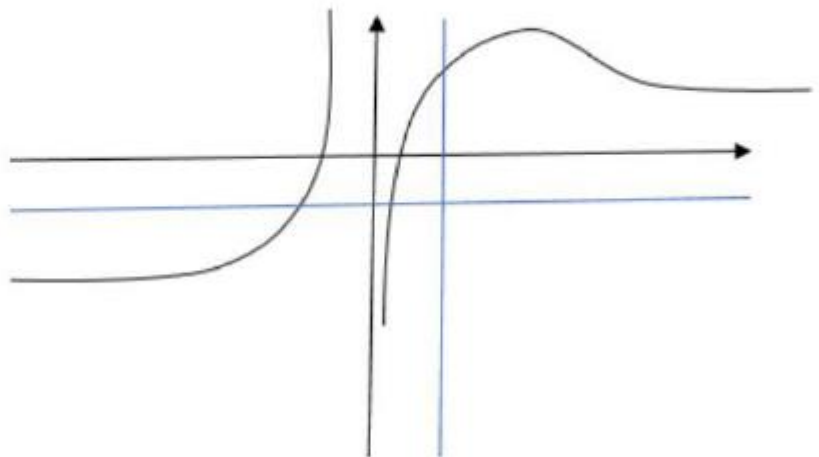
ג.



ד.



ה.



$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$$

נדרש

$$x \neq 0$$

הגדרה

$$x^2 - x - 2 \neq 0$$

$$x \neq 2$$

$$x \neq -1$$

נדרש

$$y' = \frac{2x(x^2 - x - 2) - x^2(2x - 1)}{(x^2 - x - 2)^2} = 0$$

$$2x^3 - 2x^2 - 4x - 2x^3 + x^2 = 0$$

$$-x^2 - 4x = 0$$

$$x = -4$$

$$x = 0$$

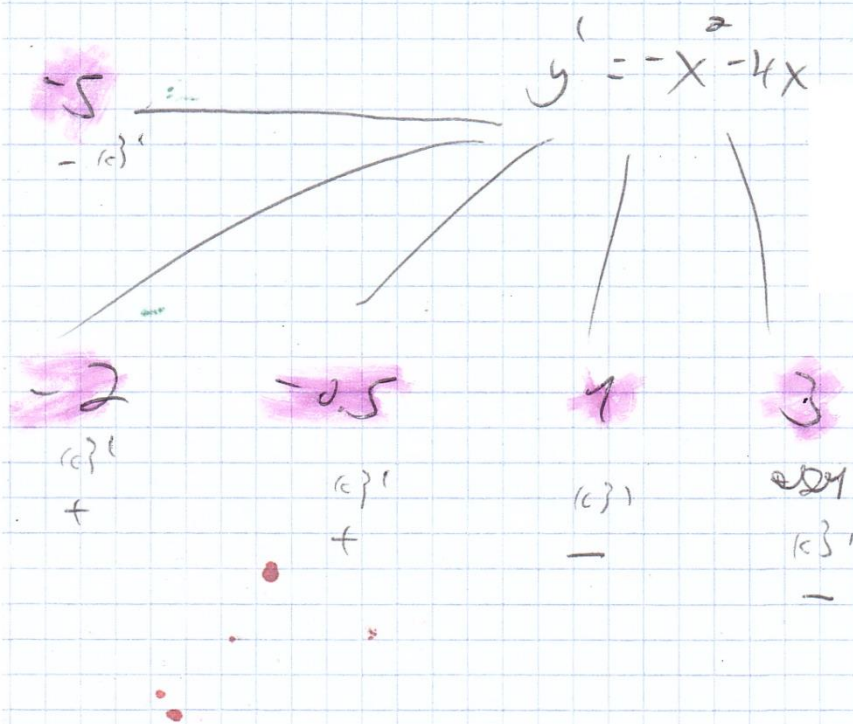
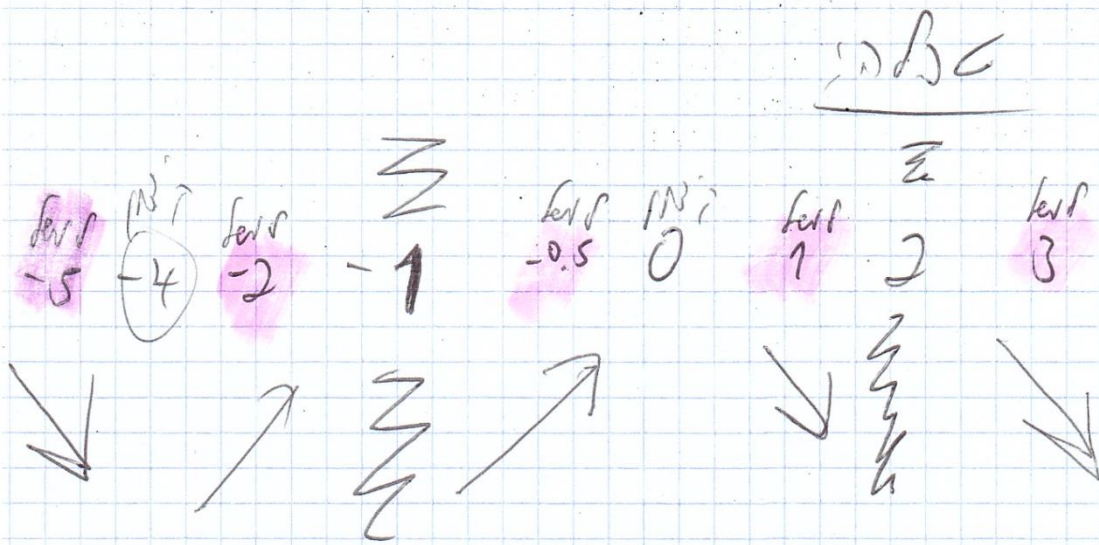
$$\min(-4, 0.88)$$

$$\max(0, 0)$$

נדרש

הגדרה

הקשר



Handwritten notes on a grid background. The equation $-1 < x < 0$ is written, followed by $-4 < x < -1$.

Handwritten notes on a grid background. The equation $x < -4$ is written, followed by $0 < x < 2$ and $x > 2$.

Handwritten notes on a grid background. The equation $0 = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$ is written. Below it, the equation $x^2 = 0$ is written, followed by $x = 0$ and $(0, 0)$. To the right, the text "מנקודת" is written, followed by $x = 0$ and $y = 0$, and $(0, 0)$.

$$X = 2$$

סעיף 10

$$X = -1$$

סעיף 10

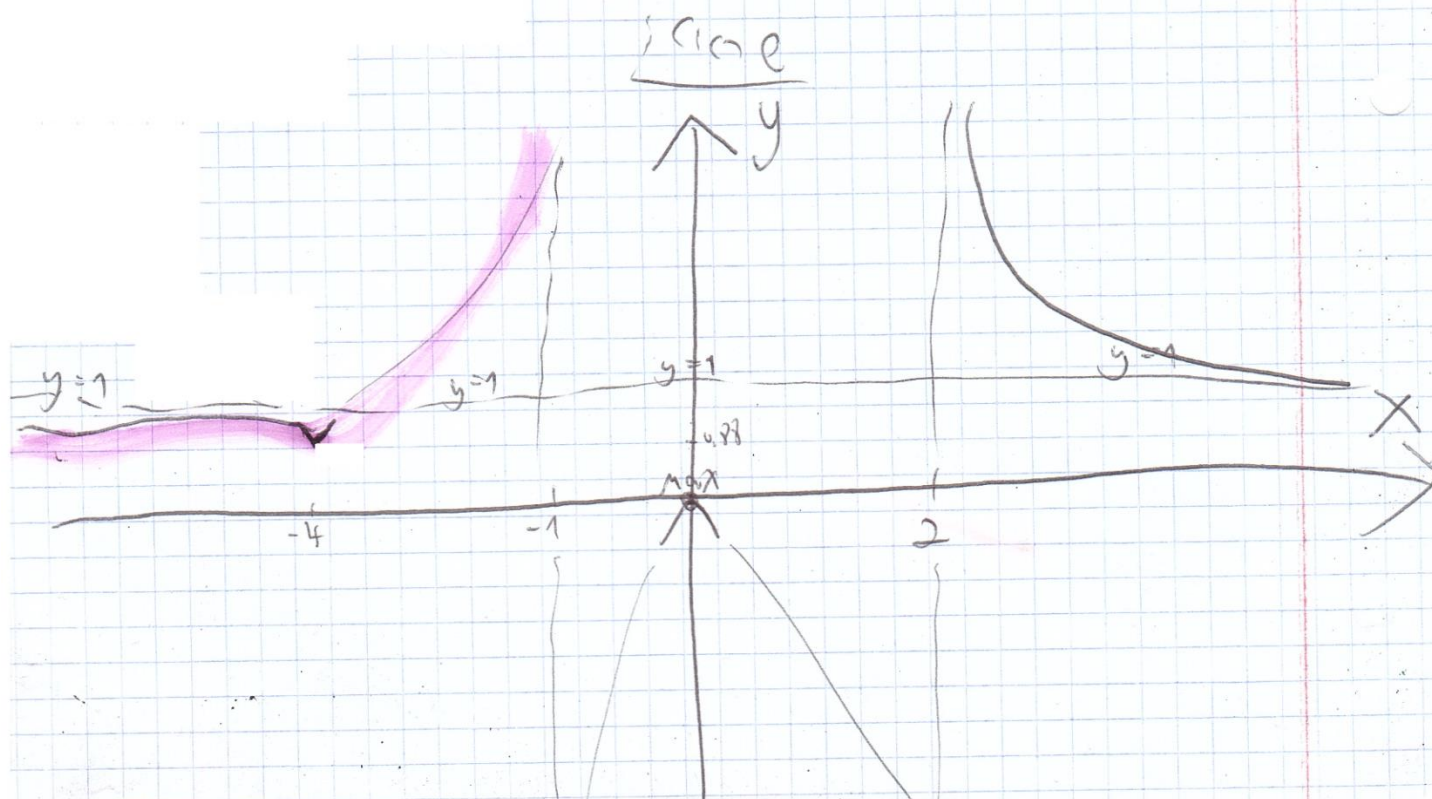
חשבונית = חשבונית

$$1 = \frac{1}{n} \quad \text{הק}$$

אם
אופקית $y=1$

3 (k)

4 (k)



אינטגרלים:

$$\int \frac{4 \cdot (x-3)}{4 \cdot 4x+1} dx$$

ניסו להעלה $4x$ למכנה
מכנה יהיה $4x+1$

$$\frac{1}{4} \int \frac{4(x-3)}{4x+1} dx =$$

$$\frac{1}{4} \int \frac{4x-12}{4x+1} dx =$$

$$\frac{1}{4} \int \frac{4x+1-13}{4x+1} dx =$$

$$\frac{1}{4} \int \frac{4x+1}{4x+1} + \frac{-13}{4x+1} dx =$$

$$\frac{1}{4} \int 1 + \frac{-13}{4x+1} dx =$$

$$\frac{1}{4} \left(1 \cdot x - \frac{13 \cdot \ln(4x+1)}{4} \right) + C$$

$$\int \frac{x-3}{4x+1} dx \text{ נתון האינטגרל}$$

תוצאת האינטגרל היא

$$x - \ln(4x+1) + C \quad \text{א}$$

$$\frac{1}{4} \left(x - \frac{13 \ln(4x+1)}{4} \right) + C \quad \text{ב}$$

$$x - \frac{13 \ln(4x+1)}{4} + C \quad \text{ג}$$

$$-\frac{13 \ln(4x+1)}{4} + C \quad \text{ד}$$

$$-\frac{13 \ln(4x+1)x}{4} \quad \text{ה}$$

? ln (power) function rule

$$\frac{\text{power}}{x^n} = \frac{\text{power} \cdot \ln(\text{power})}{\text{function}} \rightarrow \text{function}$$

$$\frac{4}{5x+2} = \frac{4 \ln(5x+2)}{5}$$

? power rule for integration

$$(4x+7)^{-3} \xrightarrow{\text{rule}} \frac{(4x+7)^{-2}}{4 \cdot -2}$$

$$\int \frac{x^2}{x-1} dx$$

$$\left\{ \frac{x^2 - 1 + 1}{x-1} \right\} \int x$$

הטגר לפירוק הצב
הצגה בצורה

$$\left\{ \frac{(x-1) \cdot (x+1) + 1}{x-1} \right\} \int x =$$

$$\left\{ \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} + \frac{1}{x-1} \right\} =$$

$$\int x+1 + \frac{1}{x-1} =$$

התוצאה נכונה ולכן:

$$\frac{x^2}{2} + 1 \cdot x + \frac{1 \cdot \ln(x-1)}{1} + C$$

$$\frac{x^2}{2} + x + \ln(x-1) + C$$

צריך להוסיף את המודול:

$$x^2 - 1$$

$$x^2 - 1$$

mod 53

$$(x - \overset{1}{\text{mod}}) \cdot (x - \overset{(-1)}{\text{mod}})$$

$$(x - 1) \cdot (x + 1)$$

פתרון האינטגרל $y = \int \frac{x+1}{(3x-1)^2} dx$:אח

$$\frac{x+1}{3(3x-1)} - \frac{1}{3(3x-1)} + c \quad .א$$

$$\frac{1}{3} \left[\frac{\ln|3x-1|}{3} + \frac{4}{(3x-1)^3} \right] + c \quad .ב$$

$$\frac{1}{3} \left[\frac{\ln|3x-1|}{3} - \frac{4}{3(3x-1)} \right] + c \quad .ג$$

$$\frac{x+1}{(3x-1)} - \frac{1}{3(3x-1)} + c \quad .ד$$

$$\frac{x+1}{3(3x-1)} - \frac{1}{3(3x-1)^3} + c \quad .ה$$

$$\int \frac{3(x+1)}{(3x-1)^2} dx$$

הכנס
 $3x$ ו-1
 אפרט ונרדף

$$\frac{1}{3} \int \frac{3x+3}{(3x-1)^2} =$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{3x-1+4}{(3x-1)^2} =$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{3x-1}{(3x-1)^2} + \frac{4}{(3x-1)^2} =$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{1}{3x-1} + 4 \cdot (3x-1)^{-2} =$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{1 \cdot \ln(3x-1)}{3} + \frac{4 \cdot (3x-1)^{-1}}{3 \cdot -1}$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{1 \cdot \ln(3x-1)}{3} + \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot -1 \cdot (3x-1)^2}$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{1 \cdot \ln(3x-1)}{3} + \frac{4}{-3(3x-1)}$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{1 \cdot \ln(3x-1)}{3} - \frac{4}{3(3x-1)} +$$

إذن الجواب 2 التالي

$$\frac{1}{3} \left[\frac{\ln|3x-1|}{3} - \frac{4}{3(3x-1)} \right] + c \quad .a$$

$$\int \frac{5x + 3}{x + 1} dx$$
$$\int \frac{5 \cdot (x + \frac{3}{5})}{x+1}$$

$$S \left(\frac{x + 0.6}{x + 1} \right) =$$

$$S \rightarrow \frac{x + 1 - 0.4}{x + 1} =$$

$$5 \quad \frac{\cancel{x+1}}{\cancel{x+1}} + \frac{-0.4}{x+1}$$

$$\frac{1 + \frac{-0.4}{x+1}}{5}$$

$$\int \left(1 \cdot X + \frac{-0.4 \cdot \ln(x+1)}{1} \right)$$

$$\int (X - 0.4 \ln(x+1))$$