

נחמנוך נחמנוך

נחמנוך נחמנוך

נחמנוך נחמנוך

2025



20% הנחה
עד קודם סוף
קוד: SAVE20

דף נוסחאות - מתמטיקה לכלכלנים ב'

נקודות קיצון מקומיות בפונקציה של שני משתנים

תהי (a,b) נקודה סטציונרית של $f(x,y)$ כלומר $f_x(a,b)=0$, $f_y(a,b)=0$. נגדיר
 $A=f_{xx}(a,b)$, $B=f_{xy}(a,b)$, $C=f_{yy}(a,b)$, $d=AC-B^2$
אזכך $d < 0 \Rightarrow (a,b)$
 $d > 0 \rightarrow \begin{cases} A > 0 \Rightarrow (a,b) \min \\ A < 0 \Rightarrow (a,b) \max \end{cases}$

נקודות קיצון תחת אילוץ. שיטת כופלי לגרנז' (עבור פונקציה של שני משתנים עם אילוץ אחד)

מציאת נקודות קיצון עבור פונקציה $f(x,y)$ בכפוף לאילוץ $g(x,y)=k$
נגדיר פונקציית לגרנז': $L(x,y,\lambda)=f(x,y)-\lambda[g(x,y)-k]$
הפתרונות של המערכת

$$\begin{cases} L_x = 0 \\ L_y = 0 \\ L_\lambda = 0 \end{cases}$$

הן הנקודות החשודות כנקודות קיצון של פונקציית לגרנז'.

פונקציות הומוגניות

פונקציה הומוגנית מדרגה k היא פונקציה המקיימת:

$$f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^k f(x, y, z)$$

כללי גזירה

$$\begin{aligned} [f(x) \pm g(x)]' &= f'(x) \pm g'(x) & (f \cdot g)' &= f' \cdot g + f \cdot g' & \left(\frac{f}{g}\right)' &= \frac{fg' - fg'}{g^2} \\ [f(g(x))]' &= f'(g(x)) \cdot g'(x) \end{aligned}$$

לוגריתמים וחזקות

$$x^{a+b} = x^a \cdot x^b \quad x^{-a} = \frac{1}{x^a} \quad x^{a-b} = \frac{x^a}{x^b} \quad (x^a)^b = x^{ab} \quad e^{a \ln x} = x \quad x^a = \sqrt[a]{x} : x > 0$$

$$a \neq 1 \quad x, y, a, b > 0$$

$$\log_a x = c \Rightarrow a^c = x$$

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \quad \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \quad \log_a x^n = n \log_a x$$

נוסחאות לבעיות כלכליות:

רווח = הוצאות - הכנסות

הכנסות = מחיר * כמות

סך הוצאות = הוצאות משתנות + הוצאות קבועות

שיפוע המשיק לקו הגובה:

$$\left(\begin{matrix} \text{שיפוע} \\ \text{המשיק} \\ \text{לקו הגובה} \end{matrix} \right) = m = - \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

קורס מקוון סטטיסטיקה ב: ביה"ס לכלכלה, המכללה
למנהל:

<https://roy-idan.co.il/hmh8>

קורס מקוון מתמטיקה ב: ביה"ס לכלכלה, המכללה למנהל

<https://roy-idan.co.il/mb6e>

קורס מקוון בחשבונאות פיננסית ב:

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%97%d7%a9%d7%91%d7%95%d7%a0%d7%90%d7%95%d7%aa-%d7%a4%d7%99%d7%a0%d7%a0%d7%a1%d7%99%d7%aa-%d7%91-%d7%91%d7%99%d7%94%d7%a1-%d7%9c%d7%9b%d7%9c%d7%9b%d7%9c%d7%94>

רועי עידן

**מקצוען בהכנת סטודנטים
למבחני התואר**

מומחה למבחני המכללה למנהל

המבחן פתוח כולו. אין אמריקאיות.

נושאים למבחן:

נקודות סטציונריות עם או בלי בעיה כלכלית. מדובר בנושא שהוא ללא אילוך

הומוגניות (ללא משפט אוילר). בה ולגנון על f'_x ; f'_y ון $\frac{1}{\alpha}$ בחלקה.
בעיה כלכלית עם אילוץ 35 נקודות: הנושא הכי גדול!

גרדיאנט ושימושיו :

משמעות שיפוע המשיק לקו הגובה, משמעו ת "שולי", ערך מקורב (קירוב לינארי)

$\gamma \sim 2$

$\int_{\gamma} \omega$

$\rho \cdot \sigma \perp \gamma \cdot \kappa$

בהנחות אלו - כד' 37 - נכנסת
התחלית לפרש את ה"כ"א

איך נשדה "אויף" ? י"ו נגזר f'_x ! f'_y נדה
נגזר (הנחל) f'_y

1 < e / y ~ f' n u u

1 <) i u e

— f' d d a' x u

f, f, k m x

⋮ (z) k u z f)

שלבי עבודה לבעיית קיצון עם אילוץ "לה-גרנד"

1. מנסחים את הבעיה באופן מתמטי לפי תבנית:

המספר החופשי שנתון תמיד שייך לאילוץ שעלינו לבנות.

המטרה		בכפוף ל	
MIN	הוצאות	S.t	האילוץ שנבנה
MAX	הכנסות	S.t	האילוץ שנבנה
MAX	רווח	S.t	האילוץ שנבנה
MAX	כמות מיוצרת	S.t	האילוץ שנבנה

המטרה $\rightarrow$ $\max$ $\rightarrow$ הוצאות $\rightarrow$ $S.t$ $\rightarrow$ האילוץ

2. לבניית ה $L =$ "נמשוך למטה" את הניסוח המתמטי משלב 1

3. נתחיל לפתור עד שמוצאים נקודה אחת X, Y בכך שנבצע:

$$L'_x = 0$$

מספר y

נקודה λ

$$L'_y = 0$$

מספר x

נקודה λ

נשווה בין שתי המדות

$$\lambda = \lambda$$

נגיע למצב של $Y =$ כלומר נבודד את Y
בכך נמצא את הקשר בין X ל Y (נקרא גם קו ההתרחבות)

את ה $Y =$ שמצאנו נציב באילוץ שבנינו
כעת נוכל למצוא מספרית את

$$X, Y, \lambda$$

4. הוכחה שהנקודה שמצאנו אכן הביאה למינימום שביקשו
(או למקסימום שביקשו בשאלה):

את הנקודה שמצאנו בסוף שלב 3 נציב בפונקציה שקיבלנו
בתחילת השאלה (לא להציב באילוץ).

ניגש לאילוץ ונציב למשל $X=0$ ונגלה Y .
את הנקודה החדשה שהומצאה נציב בפונקציה שקיבלנו
בתחילת השאלה
(לא להציב באילוץ כי כבר עבדנו עימו לפני רגע).

נערוך השוואה בין שתי התוצאות אשר תמיד תוכיח
שהנקודה שמצאנו בשלב 3 היא תקינה ונכונה!

שאלה 3 (35 נקודות):

חיים מוציא את כל תקציב דמי הכיס שלו על צריכה של שני מוצרים: פיצה (X) ומים (Y)

$$P_X = 20$$

ידוע כי מחיר יחידת X הינו 20 ₪ ומחיר יחידת Y הינו 10 ₪.

$$P_Y = 10$$

כמו כן, ידוע כי דמי הכיס של חיים הם 2000 ₪.

להלן פונקציית התועלת U של חיים:

$$U(x, y) = \sqrt{xy}$$

הניחו כי חיים מעוניין למקסם את התועלת שלו בכפוף לדמי הכיס שברשותו.

א. נסחו את בעיית הקיצון בצורה מתמטית בהתאם לנתונים מעלה.

$$\max \sqrt{xy} \quad \text{s.t.} \quad 20 \cdot x + 10 \cdot y = 2000$$

ב. פתרו את בעיית הקיצון.

כמות יחידות X שעליו לרכוש: 50 ; כמות יחידות Y שעליו לרכוש: 100 ;

$$U = \sqrt{xy} = \sqrt{50 \cdot 100} = 70.71$$

הערה: יש להראות באמצעות חישוב ערך פונקציית המטרה בנקודה אחרת כי אכן קיבלתם נקודת מקסימום.

הסבר: הציגו חישוב מתאים:

א. נסחו את בעיית הקיצון בצורה מתמטית בהתאם לנתונים מעלה.

$$\max \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} \quad \text{s.t.} \quad 20x + 10y = 2000$$

ב. פתרו את בעיית הקיצון.

$$L = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} - \lambda \cdot (20x + 10y - 2000)$$

$$L'_x = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sqrt{y} - \lambda \cdot 20 = 0$$

$$\frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} = 20\lambda \quad /: 20$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{y}}{40\sqrt{x}} = \lambda} \quad \checkmark$$

$$\left(\frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} = 20\lambda \right) \quad \begin{array}{r} 20 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$L'_y = \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{y}} - \lambda \cdot 10 = 0$$

$$\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}} = 10\lambda \quad /: 10$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{x}}{20\sqrt{y}} = \lambda}$$

$$\left(\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}} = 10\lambda \right) \quad \begin{array}{r} 10 \\ \hline 1 \end{array}$$

ה' λ ה' λ

$$\frac{\sqrt{y}}{40\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{20\sqrt{y}}$$

ה' $y = 2x$ / 20 $y = 2x$

$$y = 2x$$

ה' $y = 2x$

ה' $y = 2x$

$$20x + 10 \cdot 2x = 2000$$

$$20x + 20x = 2000$$

$$40x = 2000$$

$$x = 50$$

$$y = 2x$$

$$y = 100$$

$$\frac{\sqrt{x}}{20\sqrt{y}} = \lambda$$

$$\frac{\sqrt{50}}{20 \cdot \sqrt{100}} = \lambda$$

$$0.035 = \lambda$$

$$\left(x, y, \lambda \right) = (50, 100, 0.035)$$

הוכחה:

כמה זכרון x, y
50, 100

במחיר — זכרון

$$U = 70.71$$

אילו זכרון $x=0$



במחיר: $20x + 10y = 2000$

$$10y = 2000$$

$$y = 200$$

$$(0, 200)$$

$$U = \sqrt{x \cdot y}$$

$$U = \sqrt{0 \cdot 200}$$

$$U = 70.71 > U = 0$$

הכח הוכחנו x, y 50, 100

למכירה הגדולה — למקס.

ג. יש למצוא בכמה בקירוב תשתנה התועלת של חיים אם דמי הכיס שלו יגדלו ב-5 ₪

חוק:

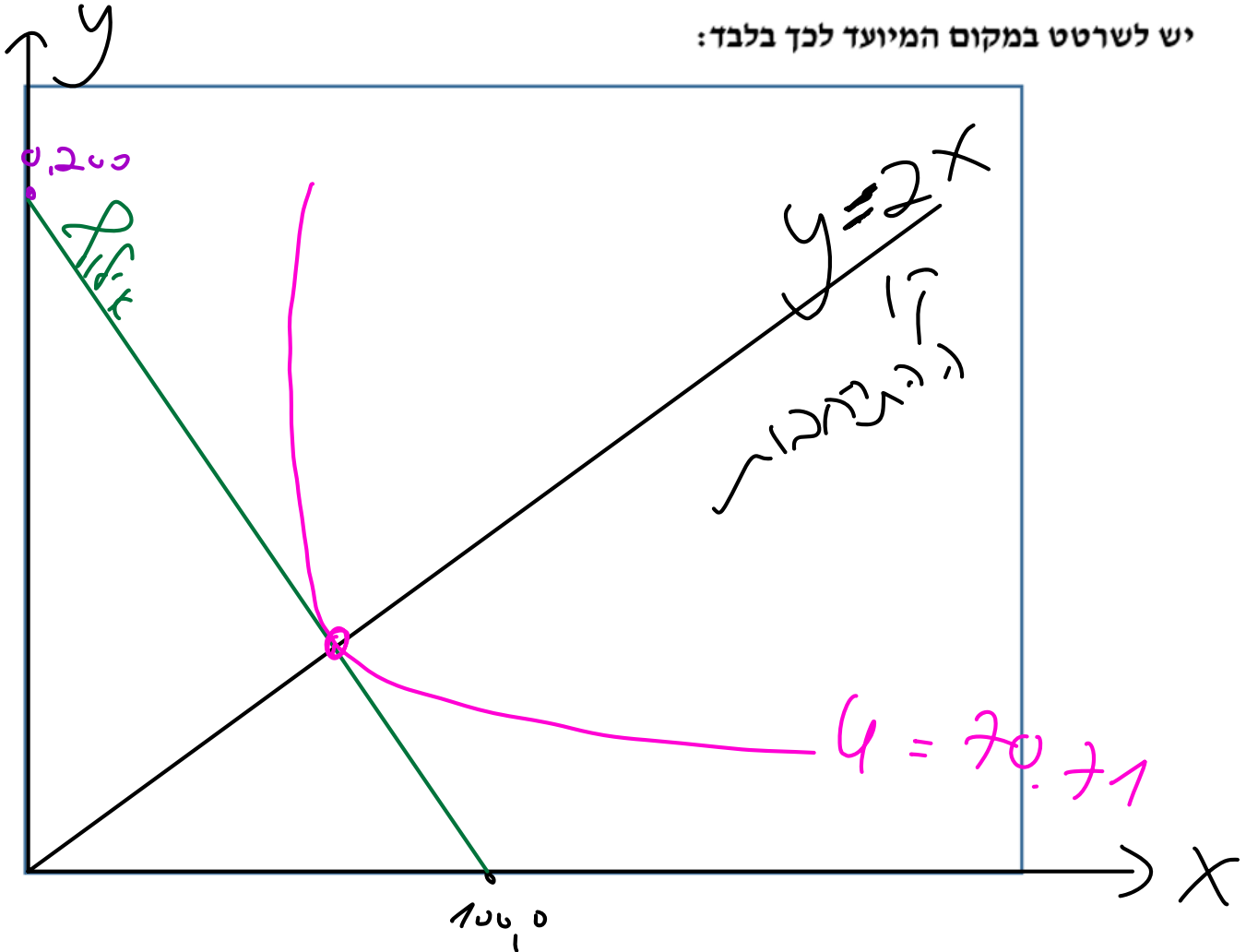
יש שינוי בהטבה החלפה

של האילוף + הילוף = הקדירה

נכסיל נוסחה: שילוף

ד. שרטטו באותה מערכת צירים את קו הגובה עבור התועלת המקסימלית שמצאתם, את קו ההתרחבות ואת האילוף התקציבי. יש לציין בשרטוט גם נקודות חיתוך עם הצירים.

יש לשרטט במקום המיועד לכך בלבד:



$y = 2x$ חוק ההתרחבות

חלוקת x ו- y ← $20x + 10y = 2000$
 נציב $x = 100, y = 0$

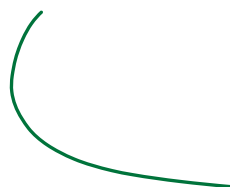
חלוקת x ו- y ←
 נציב $x = 0, y = 200$

$$u = \sqrt{x \cdot y} = 70.71$$

↓

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$$

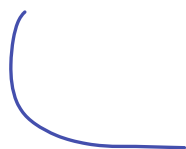
$$u = x^{0.5} \cdot y^{0.5}$$



$$x^{0.5} \cdot y^{0.5}$$

ד/ר

כחלק מ



2022 4.7 נחלק?

שאלה 3 (35 נקודות):

במשק ה"גיבורים" צורכים 2 מוצרים: חלב (X) ולחם (Y).

מחיר חלב (X) הינו 4 ₪ ומחיר לחם (Y) הינו 3 ₪.

התקציב של המשק לרכישת מוצרים עומד על 8400 ₪.

כמו כן, ידוע שפונקציית התועלת של המשק מצריכה של חלב ולחם הינה:

$$U(x, y) = 4x^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$$

הניחו כי המשק מעוניין למקסם את התועלת שלו בכפוף לתקציב שברשותו.

נסחו את בעיית הקיצון בצורה מתמטית בהתאם לנתונים מעלה.

פתרו את בעיית הקיצון.

כמות יחידות X על המשק לרכוש: _____; כמות יחידות Y על המשק לרכוש: _____;

ערך התועלת שהמשק ישיג: _____.

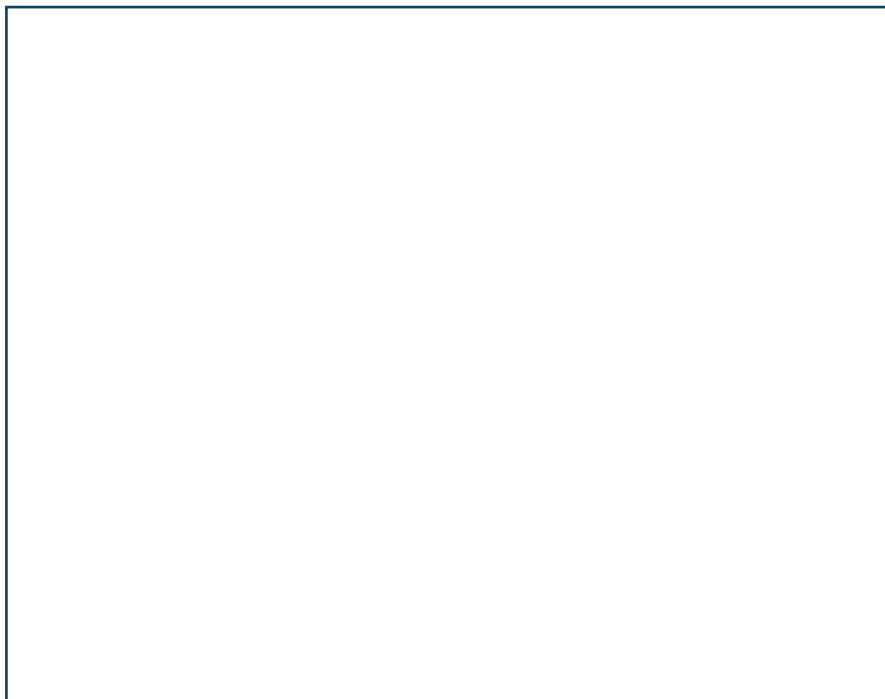
הערה: יש להראות באמצעות חישוב ערך פונקציית המטרה בנקודה אחרת כי אכן קיבלתם נקודת מקסימום.

הסבר: הציגו חישוב מתאים:

ידוע שתקציב המשק עלה ב-10 ₪ בעקבות מספר שינויים שהתרחשו במשק. יש למצוא בכמה בקירוב תשתנה התועלת של המשק.

שרטטו באותה מערכת צירים את קו הגובה עבור התועלת המקסימלית שמצאתם, את קו ההתרחבות ואת האילוץ התקציבי. יש לציין בשרטוט גם נקודות חיתוך עם הצירים.

יש לשרטט במקום המיועד לכך בלבד:



$$P_x \quad 4$$

$$P_y \quad 3$$

כסף לכל פר : 3 Price

$$8400$$

הכנסה
הכלכלית

$$U = 4 \cdot x^{0.25} \cdot y^{0.33}$$

Max $4 \cdot x^{0.25} \cdot y^{0.33}$ s.t. $4 \cdot x + 3 \cdot y = 8400$

$$L = 4 \cdot x^{0.25} \cdot y^{0.33} - \lambda \cdot (4x + 3y - 8400)$$

$$L'_x = 4 \cdot 0.25 \cdot x^{-0.75} \cdot y^{0.33} - \lambda \cdot 4 = 0$$

$$4 \cdot 0.25 \cdot x^{-0.75} \cdot y^{0.33} = 4\lambda \quad / :4$$

$$0.25 \cdot x^{-0.75} \cdot y^{0.33} = \lambda$$

$$L'_y = 4x^{0.25} \cdot 0.33 \cdot y^{-0.67} - \lambda \cdot 3 = 0$$

$$4x^{0.25} \cdot 0.33 \cdot y^{-0.67} = 3\lambda \quad / :3$$

$$1.33 \cdot x^{0.25} \cdot y^{-0.67} = \lambda$$

$$0.44 \cdot X^{0.25} \cdot y^{-0.67} = \lambda$$

$$0.25 \cdot X^{-0.75} \cdot y^{0.33} = \lambda$$

: 2 2 2

$$0.44 \cdot X^{0.25} \cdot y^{-0.67} = 0.25 \cdot X^{-0.75} \cdot y^{0.33}$$

: $y = 1.776 X$

$$\frac{0.44 \cdot X^{0.25} \cdot y^{-0.67}}{X^{-0.75}} = 0.25 \cdot y^{0.33}$$

$$\frac{0.44 \cdot X^{0.25}}{X^{-0.75}} = \frac{0.25 \cdot y^{0.33}}{y^{-0.67}}$$

$$0.44 \cdot X^1 = 0.25 \cdot y$$

$$1.776 \cdot X = y$$

: פתרון המצוינות

$$4 \cdot x + 3 \cdot y = 8400$$

$$4 \cdot x + 3(1.776x) = 8400$$

$$4x + 5.33x = 8400$$

$$9.33x = 8400 \quad / : 9.33$$

$$(לר) x = 900 \rightarrow$$

$$y = 1.776 \cdot x$$

$$(לר) y = 1598$$

: פתרון המצוינות

$$4 \cdot x + 3 \cdot y = 8400$$

900 1598

$$0.25 \quad 0.33$$

$$u = 4 \cdot x + 3 \cdot y$$

900 1598

נכנסת
המחיר
250

: Max נכנסת המצוינות

$$4 \cdot x + 3 \cdot y = 8400 \quad : \text{פתרון}$$

↓
x=0 נכנסת

i

$$3y = 8400$$

$$y = 2800$$

$$(0, 2800)$$

$$U = 4 \cdot X^{0.25} \cdot Y^{0.33}$$

דגל מדרגה
0

$$U = 250$$

$$(900, 1598)$$

>

$$U = 0$$

$$(0, 2800)$$

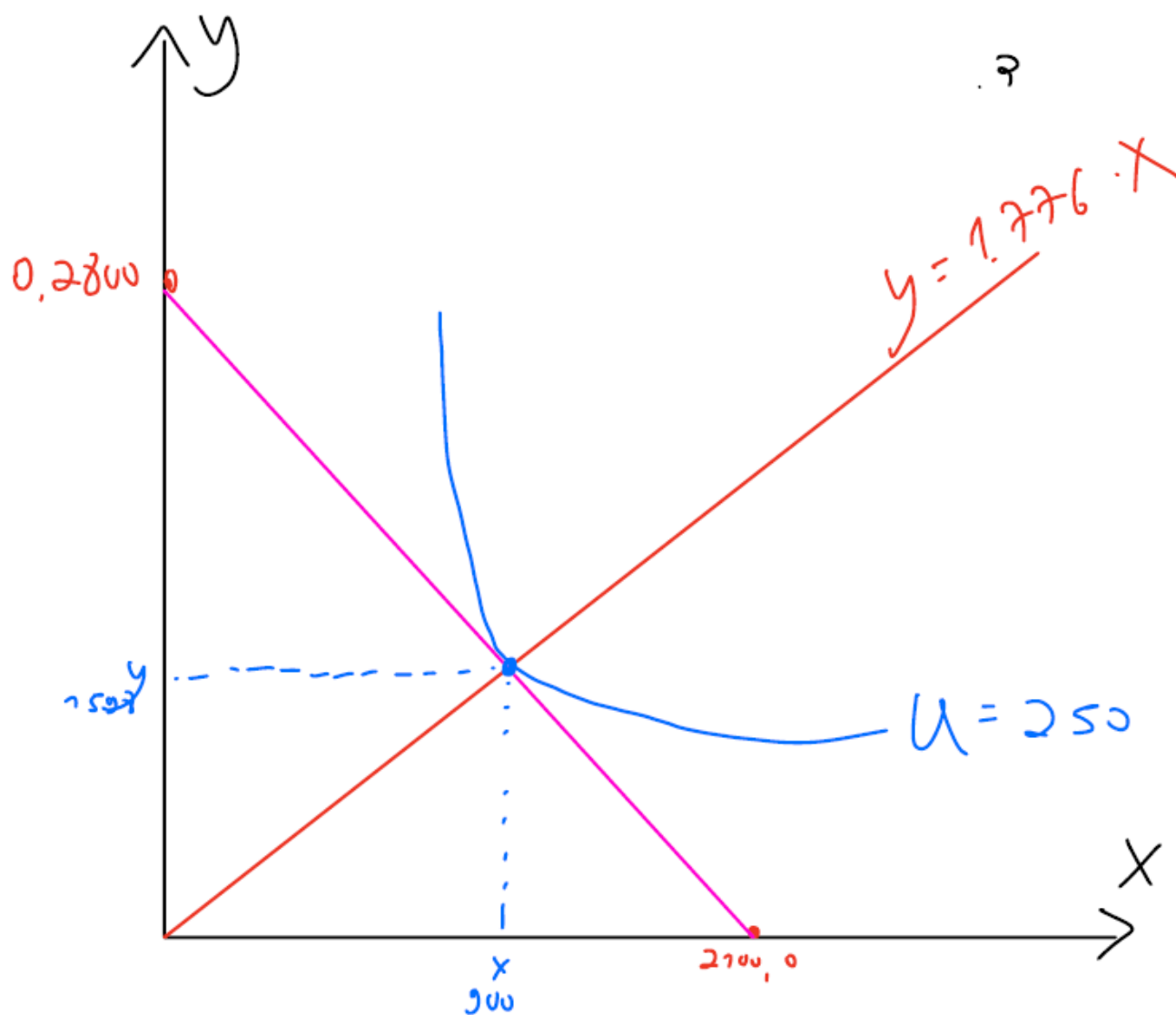
לפי הוכחתו של הנק' 900, 1598
לכאן את הגישה של הנק' 900, 1598.

$$10 = \lambda' U \quad 2$$

$$0.25 \cdot X^{-0.25} \cdot Y^{0.33} = \lambda$$

$$0.0177 = \lambda$$

0.177 ✓
 0.0177
 λ : 45°
 10



$y = 1.776 \cdot X =$

הסתכל:

$$4 \cdot x + 3 \cdot y = 8400$$

אילוץ x , y ו-3) $x=0$:

$$3y = 8400$$

$$y = 2800$$

$$(0, 2800)$$

אילוץ x , y ו-3) $y=0$:

$$4x = 8400$$

$$x = 2100$$

$$(2100, 0)$$

$$U = 4 \cdot x^{0.25} \cdot y^{0.33}$$

לחשב את $x^{0.25}$ ו- $y^{0.33}$ הוא צריך

מקרה ע 288:

תאריך הבחינה: 25.7.2021

שאלה 4 (35 נקודות):

מפעל מייצר שני סוגי נוזלים, נוזל A ונוזל B.

את הכמויות שלהם נסמן ב- x נוזל A וב- y נוזל B.

המפעל מוכר את נוזל A במחיר 20 ש"ח לליטר,

המפעל מוכר את נוזל B במחיר 40 ש"ח לליטר.

x כמות נוזל A

y כמות נוזל B

$P_x = 20$ מחיר נוזל A

$P_y = 40$ מחיר נוזל B

פונקציית הוצאות של המפעל בש"ח הינה:

$$\underline{Tc(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 8y}$$

המפעל מעוניין להגיע לפדיון של 600 ש"ח במינימום הוצאות.

א. (5 נקודות) חשבו את פונקציית הפדיון של המפעל.

$$\begin{aligned} \text{כד} &= P_x \cdot x + P_y \cdot y \\ \text{כד} &= 20 \cdot x + 40 \cdot y \end{aligned}$$

ב. (5 נקודות) נסחו את הבעיה בצורה מתמטית – להגיע להוצאות מינימליות בפדיון השווה ל 600 ש"ח.

המפעל מעוניין להגיע לפדיון של 600 ש"ח במינימום הוצאות

לחברה

מנסחים את הבעיה באופן מתמטי לפי תבנית מהטבלה:

S

המטרה	בכפוף ל	
MIN	הוצאות	S.t
MAX	הכנסות	S.t
MAX	רווח	S.t
MAX	כמות מיוצרת	S.t

המספר החופשי שנתון תמיד שייך לאילוץ שעלינו לבנות.

פונקציית הוצאות של המפעל בש"ח הינה:

$$Tc(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 8y$$

(ב) המפעל מעוניין להגיע לפדיון של 600 ש"ח במינימום הוצאות.

לחברה

האילוץ

Min האילוץ

$$x^2 + y^2 - 4x - 8y$$

$$20 \cdot x + 40 \cdot y = 600$$

(ג) מינימום L

$$L = x^2 + y^2 - 4x - 8y - \lambda \cdot (20 \cdot x + 40 \cdot y - 600)$$

ג. חשבו את הכמות של x ושל y אשר יביאו את ההוצאות המינימליות כאשר הפדיון שווה 600 ש"ח.

תוצאת הנקודה שמצאתם היא: $\begin{matrix} x & y \\ 6, & 12 \end{matrix}$

לאחר שפתרתם את בעיית הקיצון,

הראו ע"י חישוב של ערך פונקציית המטרה בנקודה אחרת

כי אכן קיבלתם נקודת מינימום.

המשק L :

$$L = x^2 + y^2 - 4x - 8y - \lambda(20 \cdot x + 40 \cdot y - 600)$$

$$L'_x = 2x - 4 - \lambda \cdot 20 = 0$$

$$2x - 4 = 20 \cdot \lambda \quad / : 20$$

$$\boxed{\lambda = 0.1x - 0.2}$$

$$L'_y = 0 + 2y - 8 - \lambda \cdot 40 = 0$$

$$2y - 8 = 40 \cdot \lambda \quad / : 40$$

$$\boxed{\lambda = 0.05y - 0.2}$$

נשווה λ ונמצא:

$$0.05y - 0.2 = 0.1x - 0.2$$

$$0.05y = 0.1x \quad / : 0.05$$

$$\boxed{y = 2 \cdot x}$$

$$y = 2 \cdot x$$

רועי עידן- מומחה להכנת סטודנטים למבחני המכללה למנהל www.roy-idan.co.il
 סרטוני הכנה למבחן (קורסים מקוונים) ושיעורים פרטיים בסטטיסטיקה, כלכלה ומתמטיקה: 052-546-6016

נניח כגוף האלף:

$$20 \cdot x + 40 \cdot y = 600$$

$$20x + 40 \cdot 2x = 600$$

$$100x = 600$$

$$x = 6$$

נחזיק:

$$y = 2x$$

$$y = 2 \cdot 6$$

$$y = 12$$

$$(x, y, \lambda) = (6, 12, 0.4)$$

$$0.05y - 0.2 = \lambda$$

$$0.4 = \lambda$$

שלב 4 ואחרון:

הוכחה שהנקודה שמצאנו אכן הביאה למינימום שביקשו
(או למקסימום שביקשו בשאלה):

את הנקודה שמצאנו בסוף שלב 3 נציב בפונקציה שקיבלנו
בתחילת השאלה (לא להציב באילוץ).

$$Tc = x^2 + y^2 - 4x - 8y$$

נציב הנ' 6, 12
ההוצאה

$$Tc = 6^2 + 12^2 - 4 \cdot 6 - 8 \cdot 12$$

$$Tc = 60$$

אלו ההוצאות שהנ' 15!

$$Tc = 60$$



ניגש לאילוץ ונציב למשל $X=0$ ונגלה Y .

את הנקודה החדשה שהומצאה נציב בפונקציה שקיבלנו
בתחילת השאלה

(לא להציב באילוץ כי כבר עבדנו עימו לפני רגע).

ההוצאה:

$$20 \cdot X + 40 \cdot Y = 600$$

נציב $x=0$ ונחל:

$$20 \cdot 0 + 40 \cdot Y = 600$$

$$Y = 15$$

$$(0, 15)$$

נציב:

$$Tc = x^2 + y^2 - 4x - 8y$$

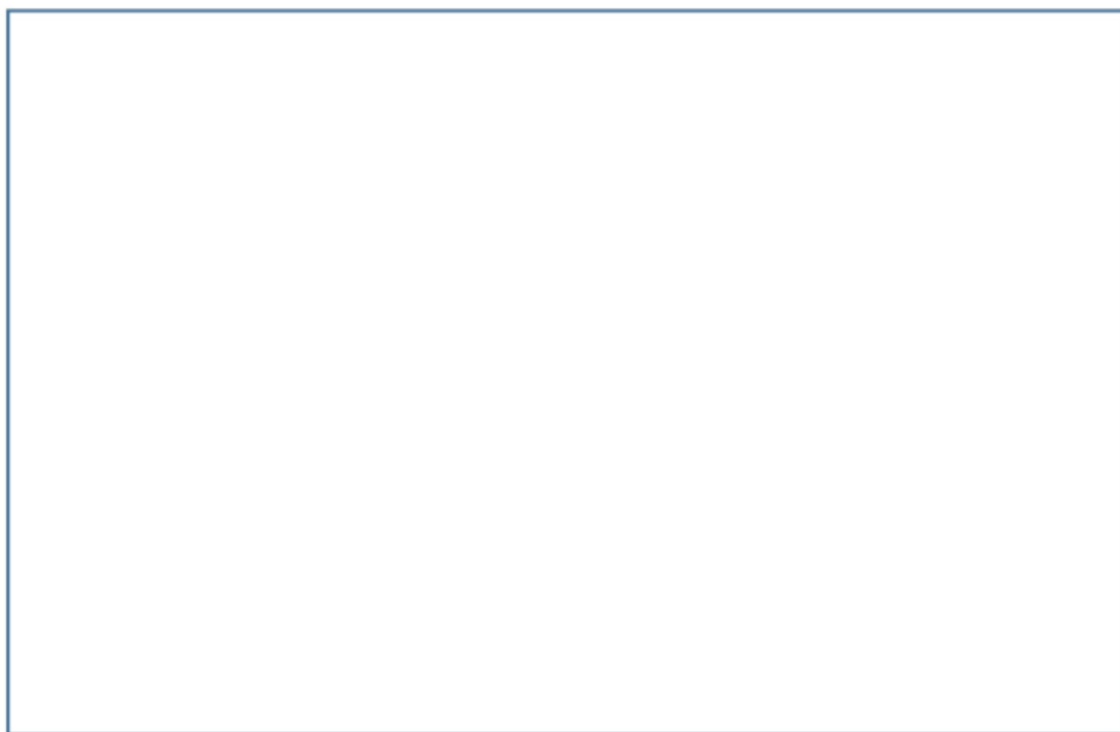
$$Tc = 15^2 - 8 \cdot 15$$

$$Tc = 105$$

נערוך השוואה בין שתי התוצאות אשר תמיד תוכיח

שהנקודה שמצאנו בשלב 3 היא תקינה ונכונה!

- ד. (5 נקודות) שרטטו באותה מערכת צירים את קו הגובה עבור ההוצאות המינימליות שמצאתם, את האילוץ של הפדיון ואת קו ההתרחבות של הוצאות המפעל.
יש לשרטט במקום המיועד לכך בלבד:



ק. הכנה של קו זה : TC

$$TC = X^2 + y^2 - 4X - 8y = 60$$

ש"ה
מינימום
ההוצאות
שמצאנו

תוצאה: אינן x^2 ו- y^2 יש אלו מוקדים, מקורם במחשבים

אם, אז אלו מקורם במחשבים.

המקור הקובע של המעגל

רועי עידן- מומחה להכנת סטודנטים למבחני המכללה למנהל www.roy-idan.co.il
סרטוני הכנה למבחן (קורסים מקוונים) ושיעורים פרטיים בסטטיסטיקה, כלכלה ומתמטיקה: 052-546-6016

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 8y = 60$$

a, b
מרכז מעגל

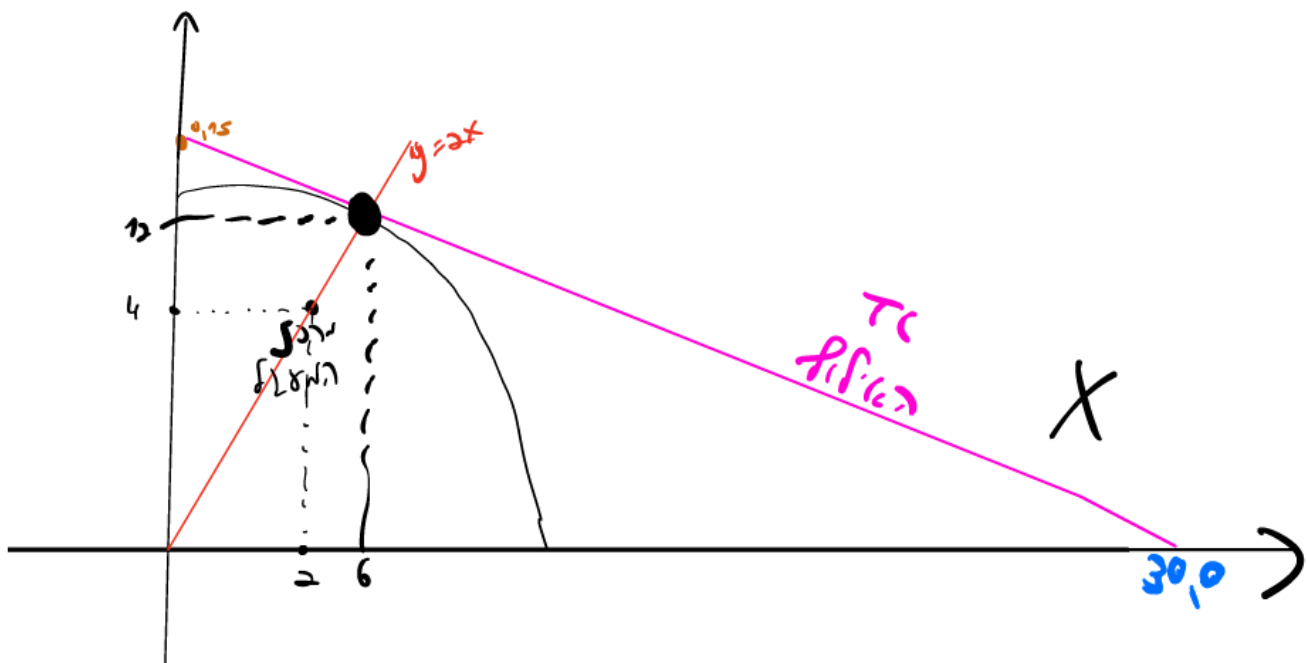
$$x^2 - 4x + y^2 - 8y = 60$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 60$$



$$(x-2)^2 - 4 + (y-4)^2 - 16 = 60$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 80$$



! $y = 20x$ x
 העל y x

$y = 2x$
 y x

האילו:
 $20x + 40y = 600$

העל y
 $x=0$ $y=15$
 $40y = 600$
 $y = 15$
 $0,15$

x y
 $y=0$ $x=30$
 $20x = 600$
 $x = 30$
 $30,0$

ה. (5 נקודות) אם פדיון המפעל יגדל ל 660 ש"ח, בכמה יגדלו בקרוב הוצאות היצור?

הגידול בהוצאות היצור: 24 re

חישוב:

$$\frac{\text{ג'ט'ו'א}}{\lambda} = \frac{\text{ג'ט'ו'א}}{0.4 \cdot 60}$$

24

$$\frac{\text{הש'ו'א}}{60} = \frac{\text{טטט} - \text{טטט}}{\text{נ'ו'א} - \text{נ'ו'א}}$$

(נ'ו'א כ'ר' (ה' 85))
נ'ו'א

(ה' 85)
ג'ט'ו'א

שאלה הפוכה לתרגול בבית:

תאריך הבחינה: 28.6.2021

שאלה 2 (35 נקודות):

לרשות משקיע 25,000 שקלים אותם הוא מפזר בין מניות לאגרות חוב.

נסמן: מספר המניות שירכוש המשקיע x , מחיר מנייה 10 שקלים.

מספר אגרות החוב שירכוש המשקיע y , מחיר אגרת החוב 30 שקלים.

פונקציית הפדיון של המשקיע $R(x, y) = \sqrt[3]{x^2 y}$ באלפי שקלים.

מהם כמויות המניות ואגרות החוב שעל המשקיע לרכוש על מנת לקבל פידיון מקסימלי תחת מגבלת התקציב.

א. (5 נקודות) נסחו את בעיית הקיצון בהתאם לנתונים מעלה.

ב. (15 נקודות) פתרו את בעיית הקיצון והראו באמצעות חישוב ערך פונקציית המטרה בנקודה אחרת כי אכן קיבלתם נקודת מקסימום.

תוצאת הנקודה שמצאתם: $(1000, 500)$

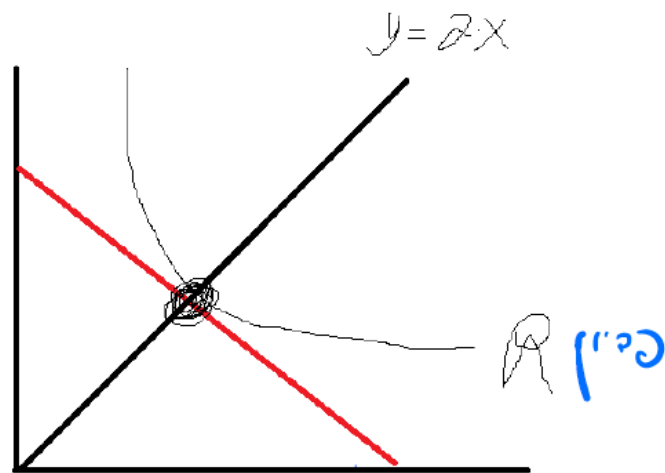
הסבר: הציגו חישוב מתאים.

ג. (6 נקודות) אם התקציב של המשקיע עולה ב 1000 שקלים בכמה בקירוב יעלה הפידיון

הסבר:
$$\frac{1}{6150} \cdot 1000 = 0.1626$$

9) (נקודות) שרטטו באותה מערכת צירים את קו הגובה עבור הפדיון המקסימלי שמצאתם, את האילוח התקציבי ואת קו ההתרחבות של הפירמה.

יש לשרטט במקום המיועד לכך בלבד:



רועי עידן- מומחה להכנת סטודנטים למבחני המכללה למנהל www.roy-idan.co.il
 סרטוני הכנה למבחן (קורסים מקוונים) ושיעורים פרטיים בסטטיסטיקה, כלכלה ומתמטיקה: 052-546-6016

(כ)
 הלקחה
 מהפ' כפוף

μ_{ax}

כפוף
 $\sqrt[3]{x^2} \sqrt{y}$

St $\overset{\text{כ}}{\uparrow} p_x \cdot x + \overset{\text{ט}}{\uparrow} p_y \cdot y = 25$

$L = \sqrt[3]{x^2} \sqrt{y} - \lambda \cdot p_x \cdot x + p_y \cdot y - 25$

נושא חדש: נקודות סטציונריות

בעיה כלכלית ללא אילוץ (ללא המספר החופשי)

של
1.

אם מדובר בפונקציית ההוצאות **TC**
אז נקבל אותה מוכנה (בנויה).

אם מדובר בפונקציית הרווח אז נבנה אותה כך:

$$\pi = TR - TC$$

2.

$$\left. \begin{aligned} f'_x &= 0 \\ f'_y &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{נעבור עם} \\ &\text{השוואת} \\ &\text{ע} \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\text{נקודות} \\ &\text{ה} \end{aligned}$$

3. נכין 3 נגזרות שניות, נסמן באותיות.

נפעיל את נוסחת D ונעבוד לפי חוקים

(הם מופיעים בדף) וכך ניתן תפקידים לנקודות:

MIN MAX אוכף

A

$$\underbrace{f''_{xx}}_{\text{חסינים}} \quad \underbrace{x}_{\text{חסינים}}$$

B

$$\underbrace{f''_{xx}}_{\text{חסינים}} \quad \underbrace{y}_{\text{חסינים}}$$

החזיקים בקל נוסחא!
חזיקים:

C

$$\underbrace{f''_{yy}}_{\text{חסינים}} \quad \underbrace{y}_{\text{חסינים}}$$

$$D = A \cdot C - B^2$$

אם $D < 0$ הנק' איננה

אם $A > 0$ הנק' מיני

אם $A < 0$ הנק' מקסי

$$\pi/\pi = (\overset{P_x}{100-10x}) \cdot X + (\overset{P_y}{200-20y}) \cdot y - (\overset{TC}{180+40x+40y})$$

$$100x - 10x^2 + 200y - 20y^2 - 180 - 40x - 40y$$

$$\pi/\pi = -10x^2 - 20y^2 + 60x + 160y - 180$$

$$\pi/\pi'_x = -20x + 60 = 0$$

$$60 = 20x$$

$$3 = x$$

$$\pi/\pi'_y = -40y + 160 = 0$$

$$y = 4$$

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\pi/\pi''_{xx} = -20 \quad A$$

$$\pi/\pi''_{xy} = 0 \quad B$$

$$\pi/\pi''_{yy} = -40 \quad C$$

A שלילי שלילי שלילי D

x,y

3,4 מקסימום שלילי A

$$D = A \cdot C - B^2$$

$$-20 \cdot -40 - 0^2$$

$$D = 800$$

$$180 - 10x^2 - 20y^2 + 60x + 40y = 0$$

נ' 3 | 3 | 4 = y | x = 3
נ' 230 : 180

מבחן מסמ' ב 2024

שאלה 1 (25 נקודות):

יצרן מחשבים יכול לשווק את המחשבים שהוא מייצר לשני שווקים – שוק תל אביב ושוק חיפה.
אם ימכור X יחידות בשוק תל אביב - המחיר ליחידה בשוק זה יהיה:

$$P_x = 100 - 10x$$

אם ימכור Y יחידות בשוק חיפה - המחיר ליחידה בשוק זה יהיה:

$$p_y = 200 - 20y$$

עלות היצור הכוללת (TC) של היצרן נתונה ע"י הפונקציה הבאה:

$$TC(x, y) = 180 + 40x + 40y$$

יש לענות על הסעיפים הבאים:

א. כמה יחידות ישווק היצרן לכל שוק על מנת להשיא (למקסם) את רווחיו?
הערה: יש להוכיח שאכן מדובר ברווח מקסימלי.

ב. מה יהיה הרווח המקסימלי של היצרן בש"ח?

ג. הניחו כי היצרן חתם לאחרונה על חוזה שבו התחייב לייצר לשווקים בת"א וח"ל יחד כמות של 10 יחידות בדיוק. במצב זה, מה יהיה הרווח המקסימלי של היצרן? הערה: יש להראות באמצעות חישוב ערך פונקציית המטרה בנקודה אחרת כי אכן קיבלתם נקודת מקסימום.

לפי האוסף. נציג את האילוץ.

עברנו לללא עם אילוץ (חריג)
האילוץ:

$$x + y = 10$$

נ"ל

$$L = -10x^2 - 20y^2 + 60x + 160y - 180 - \lambda \cdot (x + y - 10)$$

$$L'_x = -20x + 60 - \lambda \cdot 1 = 0$$

$$-20x + 60 = \lambda$$

$$L'_y = -40y + 160 - \lambda \cdot 1 = 0$$

$$-40y + 160 = \lambda$$

נ"ל

$$-20x + 60 = -40y + 160$$

$$40y = 20x + 100$$

הגזירה

$$y = 0.5x + 2.5$$



$$X + y = 10 : \text{פירוק נ"נ}$$

$$X + 0.5x + 2.5 = 10$$

$$1.5x = 7.5$$

$$x = 5$$

$$y = 0.5x + 2.5$$

$$y = 0.5 \cdot 5 + 2.5$$

$$y = 5 \quad \left(\overset{x}{5}, \overset{y}{5} \right) \checkmark$$

הנלכה:
לקטת רווח:

$$n(x) = -10x^2 - 20y^2 + 60x + 160y - 180$$

אנז'ה נ"נ
5,5
x y
ינקל:

$$n(x) = 170$$

סדר גבוה ל-5 - לכן הוכחו
ע 5,5 אין מבאה לקטת רווח

ה'נלכה:

$$x + y = 10$$

מ"ב (3)

$$x = 0$$

$$y = 10 \text{ ינקל}$$

$$(0, 10)$$

$$n(x) = -10x^2 - 20y^2 + 60x + 160y - 180$$

$$n(x) = -520 \text{ ינקל}$$

נקודות סטציונריות בשילוב בעיה כלכלית

שאלה 4 (15 נקודות):

נתונה פונקציית עלויות הבאה, משימוש ב- X יחידות גורם יצור A וב- Y יחידות גורם ייצור B

$$Tc(x, y) = \ln(-x^3 - 3xy^2 + 15x + 12y)$$

הבהרה: ניתן להניח כי כמויות גורמי הייצור חיוביות.

$$x > 0, y > 0$$

א. (7 נקודות) מצאו נקודות סטציונריות וסווגו את סוג הקיצון אם קיים (7 נקודות).

הנקודה/נקודות הן: _____

סעיף ב' (2 נקודות):

חשבו את העלות הכוללת המתקבלת משימוש ב- Y גורם ייצור אחד מסוג A ו- X גורם ייצור אחד מסוג B :

סעיף ג' (2 נקודות):

מצאו את שיפוע המשיק לקו הגובה בנקודה (1,1) והסבירו את משמעות השיפוע שקיבלתם.

מתוך דף הנוסחאות:

$$\left(\begin{array}{c} \text{שיפוע} \\ \text{המשיק} \\ \text{לקו הגובה} \end{array} \right) = m = - \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}} = - \frac{f'_x}{f'_y}$$

כיצד נגזר $\ln$:

$$\ln f' = \frac{f'}{f}$$

נגזר:

$$\ln(ax)' = \frac{a}{ax}$$

$$f(x, y) = \ln(-x^3 - 3xy^2 + 15x + 12y)$$

$$f'_x = \frac{-3x^2 - 3y^2 + 15}{-x^3 - 3xy^2 + 15x + 12y} = 0 \quad \text{. / c}$$

$$f'_y = \frac{-3x \cdot 2y + 12}{-x^3 - 3xy^2 + 15x + 12y} = 0$$

$$f'_x = -3x^2 - 3y^2 + 15 = 0$$

$$f'_y = -3x \cdot 2y + 12 = 0 \rightarrow -6xy + 12 = 0$$

$$12 = 6xy \quad / : 6x$$

$$\frac{12}{6x} = y$$

$$\boxed{\frac{2}{x} = y}$$

$$f'_x = -3x^2 - 3y^2 + 15 = 0$$

$$f'_x = -3x^2 - 3 \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^2 + 15 = 0$$

$$f'_x = -3x^2 - 3 \cdot \frac{4}{x^2} + 15 = 0$$

$$f'_x = -3x^2 - \frac{12}{x^2} + 15 = 0$$

$$-3x^2 - \frac{12}{x^2} + 15 = 0 \quad x^2 = t \text{ (substitution)}$$

$$\begin{array}{r} t \quad 1 \quad t \quad t \\ -3t \quad -\frac{12}{t} \quad +15 = 0 \\ \hline 1 \quad t \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

$$-3t^2 - 12 + 15t = 0$$

Mid 53

$$t = 4$$

$$x^2 = 4$$

$$\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ x = 2 \quad x = -2 \\ \swarrow \\ x > 0 \end{array}$$

$$t = 1$$

$$x^2 = 1$$

$$\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ x = 1 \quad x = -1 \\ \swarrow \\ x > 0 \end{array}$$

נמצא נקודות

$$\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 1, 2 \\ 2, 1 \end{matrix} \right)$$

נמצא נקודות

$$\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 1, 2 \\ 2, 1 \end{matrix} \right)$$

$$A \quad \underbrace{f'_x}_p \underbrace{x}_q$$

$$\frac{3}{2} \approx 1.5$$

$$B \quad \underbrace{f'_x}_p \underbrace{y}_q$$

$$C \quad \underbrace{f'_y}_p \underbrace{y}_q$$

$$D = A \cdot C - B^2$$

Min f נקודה $D < 0$ p^k

Min f נקודה $A > 0$, $D > 0$ C^k

Max f נקודה $A < 0$, $D > 0$ p^k

$$f'_x = -3x^2 - 3y^2 + 15$$

$$f'_y = -3x \cdot 2y + 12 \Rightarrow -6xy + 12$$

$$A \quad f''_{xx} = -6x$$

$$B \quad f''_{xy} = -6y$$

$$C \quad f''_{yy} = -6x$$

$$D = A \cdot C - B^2$$

$$D = -6x \cdot -6x - (-6y)^2$$

$$D = 36x^2 - 36y^2$$

$$(2, 1)$$

$$D = 36\ddot{x}^2 - 36\ddot{y}^2$$

$$D > 0$$

$$A = -6x$$

$$A = -6 \cdot 2 = -12$$

$$A < 0$$

$$\max_{(2,1)} \hat{f}$$

(ב) קיבלנו נק' $(1, 1)$ וברורים

שנצטרך ב טד התקדיר שנטיל:

נציג את האם הכואל:

$$TC(1,1) = 3.13$$

$$(1, 2)$$

$$D = 36 \cdot 1^2 - 36 \cdot 2^2$$

$$D < 0$$

הנק' 1,2 אינן

חשוב לזהות - עבודה שביצע הלקוח (קל)
העבודה הנדרשת

(2)

$$f'_x = \frac{-3x^2 - 2y^2 + 15}{-x^3 - 3xy^2 + 15x + 12y}$$

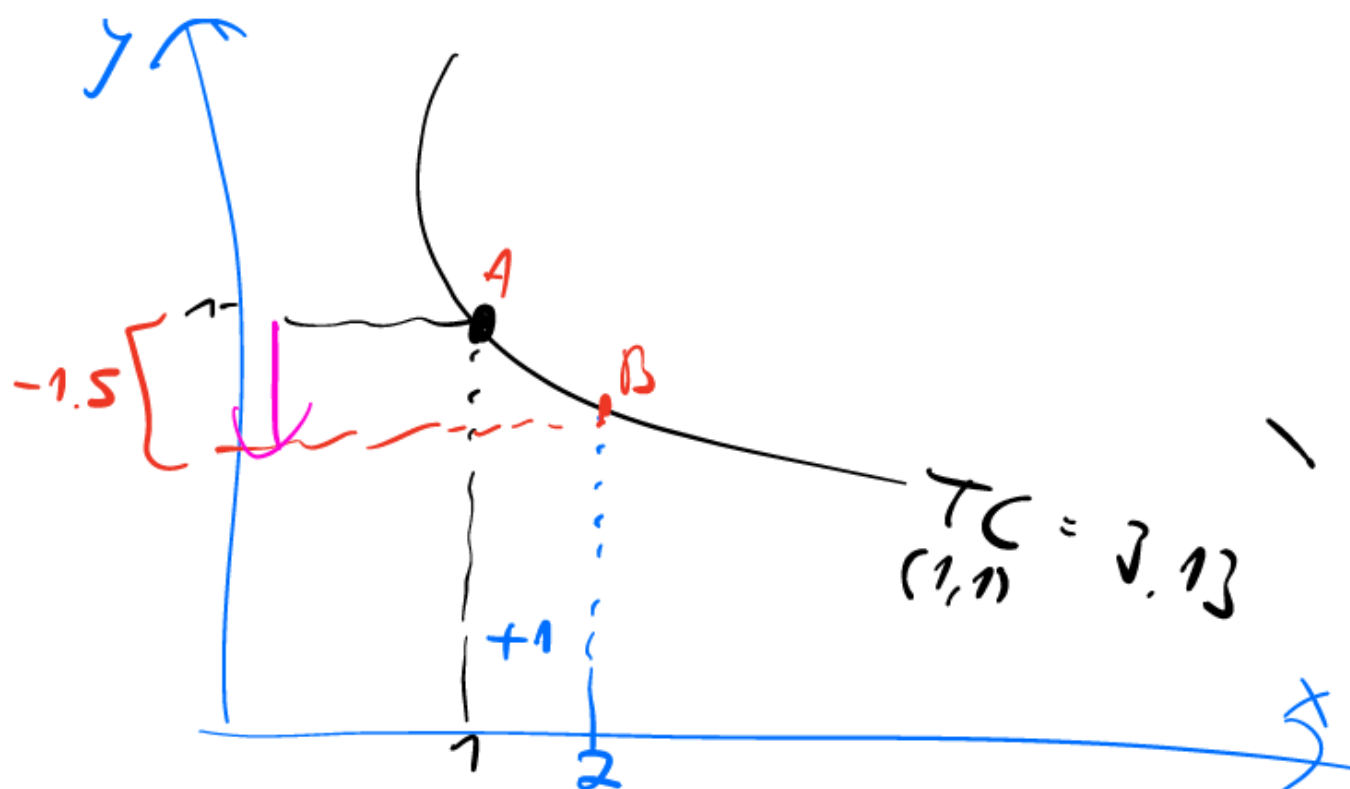
$$f'_y = \frac{-3x \cdot 2y + 12}{-x^3 - 3xy^2 + 15x + 12y}$$

נקודת המפגש $(1,1)$ היא נקודת המפגש
של f'_x ו- f'_y .

$$f'_x(1,1) = \frac{9}{23}$$

$$f'_y(1,1) = \frac{6}{23}$$

$$\text{השערה} = - \frac{\frac{9}{23}}{\frac{6}{23}} = -1.5$$



הערה חשובה

הערה חשובה x $TC = 3.13$ TC
 $y = 1.5$ $TC = 3.13$
 $TC = 3.13$ $TC = 3.13$

נק סטציונריות- תרגול נוסף

ממבחן 8.7.22:

שאלה 1: (20 נקודות)

פונקציית הפדיון של מפעל ממכירת שני מוצרים A ו B הינה $R(x, y) = 7xy + 73x - 65y$
המפעל מייצר x מוצרים מסוג A ו y מוצרים מסוג B .
פונקציית העלות הכוללת לייצור ומכירה של מוצרים אלו $Tc(x, y) = 3x^2 + 5y^2$.
א. (5 נקודות) מצאו את פונקציית הרווח $\pi(x, y)$.

ב. (10 נקודות) כמה מוצרים מכל סוג על המפעל לייצר על מנת לקבל רווח מקסימלי. מהו הרווח במקרה זה.
על המפעל לייצר: _____
חישוב:

ג. (5 נקודות) חשבו את הפדיון השולי והעלות השולית של כל מוצר בנקודת הקיצון שמצאתם והסבירו את המשמעות הכלכלית.

אן נט חופסי (אן אילוי) ←

שאלה 1: (20 נקודות)

כ"א

פונקציית הפדיון של מפעל ממכרת שני מוצרים A ו B הינה $R(x,y) = 7xy + 73x - 65y$

המפעל מייצר x מוצרים מסוג A ו y מוצרים מסוג B.

פונקציית העלות הכוללת לייצור ומכירה של מוצרים אלו $Tc(x,y) = 3x^2 + 5y^2$.

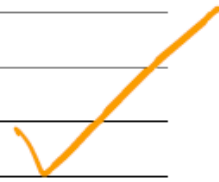
א. (5 נקודות) מצאו את פונקציית הרווח $\pi(x,y)$.

כ"א

$$\pi(x,y) = R(x,y) - Tc(x,y)$$

$$7xy + 73x - 65y - (3x^2 + 5y^2)$$

$$\pi(x,y) = 7xy + 73x - 65y - 3x^2 - 5y^2$$



ב. (10 נקודות) כמה מוצרים מכל סוג על המפעל לייצר על מנת לקבל רווח מקסימלי. מהו הרווח במקרה זה.

(25, 11)

על המפעל לייצר:

חישוב:

A 25 יחידות

B 11 יחידות

כ"א ב סתם מהו הרווח ;

נניח הנקודה (25, 11):

$$\pi(25, 11) = 7(25)(11) + 73(25) - 65(11) - 3(25)^2 - 5(11)^2$$

$$25 \quad 25 \quad 11 \quad 25 \quad 11$$

$$\pi(25, 11) = 555$$

פירוק: חוקי קניין min max לשלו

אין כשרה הפסד של 2

$$n'x = 7y + 73 - 6x = 0$$

הפסד של 2 x (כ"י של 2)

הפסד של 2 x (כ"י של 2)

$$n'y = 7x - 65 - 10y = 0$$

הפסד של 2 y (כ"י של 2)

$$x - 3y + 8 = 0$$

$$x = 3y - 8$$

נכנס באחד $\rightarrow$ $x = 3y - 8$

הפסד של 2 x (כ"י של 2)

$$7y + 73 - 6(3y - 8) = 0$$

$$7y + 73 - 18y + 48 = 0$$

$$-11y + 121 = 0 \quad 11y = 121$$

$$y = 11$$

$$x = 3y - 8$$

$$x = 25$$

$$(25, 11)$$

x y

שלב 3 :

היכרחי ששני הנק' יהיו
למשאלה שני הנק' זהים

$$x' = 7y + 7z - 6x$$

כל הנק' של x זהה
(כל הנק' זהה)

$$y' = 7x - 6y - 10z = 0$$

כל הנק' של y זהה

3 נוסחאות:

$$x' = -6 \quad A$$

כל הנק' של x זהה

$$y' = -10 \quad C$$

כל הנק' של y זהה

$$y' = 7 \quad B$$

כל הנק' של y זהה

שלב 4 :

$$D = A \cdot C - B^2$$

$$D = -6 \cdot -10 - (7)^2 \quad D = 11$$

$$D > 0 \quad \text{ולכן} \quad A < 0$$

-6

הנק' היחידה
שהיא (11, 7) היא הנק' המשאלה

ג. (5 נקודות) חשבו את הפדיון השולי והעלות השולית של כל מוצר בנקודת הקיצון שמצאתם והסבירו את המשמעות הכלכלית.

$$TC = 3x^2 + 5y^2$$

העלות

$$MC_x = 6x$$

העלות השולית של x

$$TC'_x = 6x = 150$$

אם נבדל את x באיזה (x זהו) הנאמר לעיל הטלר 150 בקירוב

$$TC'_y = 10y = 110$$

העלות השולית של y

אם נבדל את y באיזה (x זהו) הנאמר לעיל הטלר 110 בקירוב

$$R(x, y) = 7xy + 73x - 65y$$

$$R'_x = 7y + 73 = 150$$

הפדיון השולי של x

אם נבדל את x באיזה (y זהו) הנאמר לעיל הטלר 150 בקירוב

$$R'_y = 7x - 65 = 110$$

הפדיון השולי של y

אם נבדל את y באיזה (x זהו) הנאמר לעיל הטלר 110 בקירוב

נתונה הפונקציה הבאה:

$$g(x, y) = x^4 \cdot y^2 - \frac{x^{2.5}}{\sqrt{y}} \cdot f\left(\frac{x^{1.5}}{\sqrt{y}}, \frac{y^{1.5}}{\sqrt{x}}\right) + \frac{h(x^3, y^3)}{x^{20} \cdot y \cdot 3^2}$$

ידוע כי הפונקציות $f(x, y)$, $h(x, y)$ ו- $g(x, y)$ הינן פונקציות הומוגניות.מצאו את סדר ההומוגניות של הפונקציות $f(x, y)$, $h(x, y)$ ו- $g(x, y)$.

$$g = (tx)^4 \cdot (ty)^2 - \frac{(tx)^{2.5}}{\sqrt{ty}} \cdot f\left(\frac{(tx)^{1.5}}{\sqrt{ty}}, \frac{(ty)^{1.5}}{\sqrt{tx}}\right) + \frac{h(tx)^3, (ty)^3}{(tx)^{20} \cdot ty \cdot 3^2}$$

$$t^4 \cdot x^4 \cdot t^2 y^2 - \frac{t^{2.5} \cdot x^{2.5}}{\sqrt{t} \cdot \sqrt{y}} \cdot f\left[\frac{t^{1.5} x^{1.5}}{\sqrt{t} \cdot \sqrt{y}}, \frac{t^{1.5} y^{1.5}}{\sqrt{t} \sqrt{x}}\right] + \frac{h t^3 x^3, t^3 y^3}{t^{20} \cdot x^{20} \cdot t y \cdot 3^2}$$

$$t^6 \cdot x^4 y^2 - \frac{t^{2.5} x^{2.5}}{t^{0.5} \cdot \sqrt{y}} \cdot f\left[\frac{t^{1.5} x^{1.5}}{t^{0.5} \sqrt{y}}, \frac{t^{1.5} y^{1.5}}{t^{0.5} \sqrt{x}}\right] + \frac{h t^3 x^3, t^3 y^3}{t^{21} \cdot x^{20} \cdot y \cdot 3^2}$$

$$t^6 \cdot x^4 y^2 - \frac{t^2 \cdot x^{2.5}}{\sqrt{y}} \cdot f\left[\frac{t^1 x^{1.5}}{\sqrt{y}}, \frac{t^1 y^{1.5}}{\sqrt{x}}\right] + \frac{h(t^3 x^3, t^3 y^3)}{t^{21} \cdot x^{20} \cdot y \cdot 3^2}$$

$$t^6 \cdot x^4 y^2 - \frac{t^2 \cdot x^{2.5}}{\sqrt{y}} \cdot t^{1.5} \cdot f\left[\frac{x^{1.5}}{\sqrt{y}}, \frac{y^{1.5}}{\sqrt{x}}\right] + \frac{t^{3 \cdot r_h} \cdot h(x^3, y^3)}{t^{21} \cdot x^{20} \cdot y \cdot 3^2}$$

$$t^6 \cdot x^4 y^2 - \frac{t^2 \cdot x^{2.5}}{\sqrt{y}} \cdot t^{1.5} \cdot f\left[\frac{x^{1.5}}{\sqrt{y}}, \frac{y^{1.5}}{\sqrt{x}}\right] + \frac{t^{3 \cdot r_h - 21} \cdot h(x^3, y^3)}{x^{20} \cdot 3^2}^{45}$$

$$g = t^6 \cdot x^4 y^2 - \frac{t^{2+1 \cdot r_f} \cdot x^{2.5}}{\sqrt{y}} \cdot f\left[\frac{x^{1.5}}{\sqrt{y}}, \frac{y^{1.5}}{\sqrt{x}}\right] + \frac{t^{3 \cdot r_h - 21} \cdot h(x^3, y^3)}{x^{20} \cdot 3^2}$$

הכנס

g

הכנס

הכנס

6

$$2 + 1 \cdot r_f = 6$$

$$r_f = 4$$

הכנס f

4 הכנס

$$3 \cdot r_h - 21 = 6$$

$$3 \cdot r_h = 27 \quad / : 3$$

$$r_h = 9$$

הכנס h

9 הכנס

סעיף ב' :

רשת למכירה פרגולות אלומיניום משתמשת בשני גורמי יצור – עובדים (X) ומכונות (Y).
להלן הפונקציה אשר מתארת את כמות הפרגולות שהחברה יכולה לייצר :

$$f(x, y) = \sqrt[3]{\frac{x}{y}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{10}{y^{-\frac{4}{3}}}$$

מנכ"ל הרשת מעוניין להגדיל את כמות הפרגולות המיוצרת ולצורך כך התייעץ עם 2 כלכלנים וזו דעתם :
כלכלן 1 טען - הגדלת כמות כל גורמי הייצור פי 2 תגדיל את הכמות המיוצרת פי 4 בדיוק.
כלכלן 2 טען - הגדלת כמות כל גורמי הייצור פי 2 תגדיל את הכמות המיוצרת ביותר מפי 4.

איזה כלכלן צודק?

1. ✓ כלכלן 1
2. כלכלן 2
3. שניהם צודקים
4. שניהם טועים

הסבירו (ללא הצבת מספרים) :

$$f(x, y) = \sqrt[3]{\frac{x}{y}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{10}{y^{-\frac{4}{3}}}$$

$$f = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}} \cdot 10 \cdot y^{\frac{4}{3}}$$

$$f = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{3}}}$$

$$f = \frac{x^{0.33}}{y^{0.33}} \cdot x^{0.66} \cdot 10 y^{1.33}$$

$$f = x \cdot 10 y$$

$$f = 10 x y$$

$$f = 10 \cdot x \cdot y$$

$$x \rightarrow 2 \cdot x$$

$$y \rightarrow 2 \cdot y$$

$$f = 10 \cdot 2x \cdot 2y$$

$$f = 40 \cdot x \cdot y$$

הכנסה של f גדלה פי 4

$$40 \cdot x \cdot y \leftarrow \frac{4 \cdot 10}{10} \cdot x \cdot y$$

הומוגניות:

210 יולי של הירדן:

ממועד ב 2023:

שאלה 3 (20 נקודות):

סעיף א' (10 נקודות):

ידוע כי הפונקציה f הומוגנית מסדר r .

מצאו את r אם נתון וידוע כי: $64 \cdot f(100, 30) = f(200, 60)$

אם לא ניתן למצוא את r יש לנמק מדוע.

הסבר:

$$64 \cdot f(100, 30) = f(100 \cdot 2, 30 \cdot 2)$$


$$64 \cdot f(100, 30) = 2^r \cdot f(100, 30) \quad ; (3 \sim 3)$$

$$64 = 2^r$$

$$\cancel{2^6} = \cancel{2^r}$$

$$6 = r \quad \checkmark$$

נתונה $f(x, y)$ הומגנית סדר $\alpha \neq 0$ הינה פונקציה חיובית לכל (x, y) . מצאו את α אם נתון

$$81f(-1, 5) = f(3, -15) \quad \text{כי}$$

יש לענות על הסעיפים הבאים:

א. (4 נקודות)

כמה היא?
 אם לא ניתן לחשב, נמקו.

הסבר:

$$81f(-1, 5) = f(3, -15)$$

$$81f(-1, 5) = f(-1 \cdot -3, 5 \cdot -3)$$

$$81f(-1, 5) = -3^\alpha f(-1, 5)$$

$$t > 0 \quad \frac{t}{-3}$$

$$-3 = t \quad \text{ה} \quad \frac{t}{-3}$$

אכן הסוקר לא היווה ולכן נקרא א

הולגנאל-גירנול ניסל:

תאריך הבחינה: 25.7.2021

חלק ב' :

שאלה 3 (15 נקודות):

נתון כי $g(x,y)$ הומוגנית סדר 3 וכן כי $f(x,y)$ הומוגנית סדר α

א. (8 נקודות) נגדיר פונקציה:

$$h(x,y) = \frac{g(x,y) + x^3}{f(3x, 3y)}$$

האם $h(x,y)$ הומוגנית?

תשובה: _____

הסבר:

ב. (5 נקודות) מה צריך להיות הערך של α על מנת ש $T(x,y)$ תהיה הומוגנית?

$$T(x,y) = f(x,y) + y^2 \sqrt{x}$$

ג. (5 נקודות) ללא קשר לסעיפים א+ב, נתון כי $R(x,y)$ הומוגנית סדר 3 וכי $Q(x,y)$ הומוגנית סדר 6, חשבו את β

$$Q(x,y) = R\left(\frac{x^3 + y^3}{x^\beta}, \frac{3x^3 + 2y^3}{y^\beta}\right)$$

הוא נאמר:

$$x \rightarrow t \cdot x$$

דוג' בס' ס' :

$$y \rightarrow t \cdot y$$

אם נשתמש באותו הדימוי
ובצורתו (הוא) t כגוף משותף אל הדימוי

הוא מסתדר מסתדר t .

$$f = x^2 + y^2$$

$$f = (t \cdot x)^2 + (t \cdot y)^2$$

$$t^2 \cdot x^2 + t^2 \cdot y^2$$

$$f = t^2 \cdot (x^2 + y^2)$$

אם f הוא מסדר 2
אז f הוא מסדר 2

שאלה 3 (15 נקודות):

נתון כי $g(x,y)$ הומוגנית סדר 3 וכן כי $f(x,y)$ הומוגנית סדר α
א. (8 נקודות) נגדיר פונקציה:

$$h(x,y) = \frac{g(x,y) + x^3}{f(3x, 3y)}$$

האם $h(x,y)$ הומוגנית?

תשובה: _____

g הומוגנית סדר 3

f הומוגנית סדר α

$$h = \frac{g(tx, ty) + (tx)^3}{f(3tx, 3ty)}$$

$$h = \frac{g(tx, ty) + t^3 \cdot x^3}{f(3tx, 3ty)}$$

$$h = \frac{t^3 \cdot g(x, y) + t^3 \cdot x^3}{t^\alpha \cdot f(3x, 3y)}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$h = \frac{t^3 \cdot (g(x, y) + x^3)}{t^{\alpha} \cdot f(3x, 3y)}$$

$$\frac{t^4}{t^{0.5}} = t^{3.5}$$

$$h = t^{3-\alpha} \cdot \frac{g(x, y) + x^3}{f(3x, 3y)}$$

השבר
פועק
ה'קור'
ה' h' הוא.

$$h(x, y) = \frac{g(x, y) + x^3}{f(3x, 3y)}$$

h הוא נצמד ל- $3-\alpha$ כי $t^{3-\alpha}$

ב. (5 נקודות) מה צריך להיות הערך של α על מנת ש $T(x,y)$ תהיה הומוגנית?

$$T(x,y) = f(x,y) + y^2 \sqrt{x}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$T = f(tx, ty) + (ty)^2 \cdot \sqrt{tx}$$

$$T = f(tx, ty) + t^2 \cdot y^2 \cdot \sqrt{t} \cdot \sqrt{x}$$

$$T = f(tx, ty) + t^2 \cdot y^2 \cdot t^{0.5} \cdot \sqrt{x}$$

$$T = t \cdot f(x, y) + t^{2.5} \cdot y^2 \cdot \sqrt{x}$$

18. $\propto$ הדרגה 2.5:

$$T = t^{2.5} \cdot f(x, y) + t^{2.5} \cdot y^2 \cdot \sqrt{x}$$

$$T = t^{2.5} \cdot (f(x, y) + y^2 \sqrt{x})$$

הסימן נשאר זהה

$$T(x, y) = f(x, y) + y^2 \sqrt{x}$$

רק כאן $\propto = 2.5$ נשאר זהה כי t

כגורם נשאר ולכן שיהיה T זהה

ג. (נקודות) ללא קשר לסעיפים א+ב, נתון כי $R(x, y)$ הומוגנית סדר 3 וכי $Q(x, y)$ הומוגנית סדר 6, חשבו את β

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$(t \cdot x)^4 = t^4 \cdot x^4 \quad Q(x, y) = R\left(\frac{x^3 + y^3}{x^\beta}, \frac{3x^3 + 2y^3}{y^\beta}\right)$$

$$Q = R\left(\frac{t^3 x^3 + t^3 y^3}{(tx)^\beta}, \frac{3 \cdot t^3 x^3 + 2t^3 y^3}{(ty)^\beta}\right)$$

$$Q = R\left(\frac{t^3 x^3 + t^3 y^3}{t^\beta \cdot x^\beta}, \frac{3 \cdot t^3 x^3 + 2t^3 y^3}{t^\beta \cdot y^\beta}\right)$$

$$Q = R \left(\frac{t^3(x^3+y^3)}{t^B \cdot x^B}, \frac{t^3(3x^3+2y^3)}{t^B \cdot y^B} \right)$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$Q = R \left(\frac{t^{3-B} \cdot (x^3+y^3)}{x^B}, \frac{t^{3-B} \cdot (3x^3+2y^3)}{y^B} \right)$$

$$Q = t^{(3-B) \cdot 3} \cdot R \left(\frac{x^3+y^3}{x^B}, \frac{3x^3+2y^3}{y^B} \right)$$

ה t^{3-B} שם של R פחות R של R ב-3
 " R של R ב-3" R של R ב-3

ב-3 של R

$$Q = t^{9-3B} \cdot R \left(\frac{x^3+y^3}{x^B}, \frac{3x^3+2y^3}{y^B} \right)$$

ה-3 של R של R ב-3
 אם Q של R של R ב-3
 $6 = 9 - 3B$

$$3B = 3$$

$$B = 1$$



$$Q = t^{\square} \cdot R(\sim)$$

$$t \sim \text{ISA} \sim 173N \text{ in } Q$$

גרדיאנט ושימושיו

שאלה 5 (10 נקודות):

נתונה פונקציית תפוקה $f(x, y) = \ln(x^2 y^3)$ מ- x פועלים ו- y מכונות.

1. חשב את $\nabla f(1, 2)$

והסבר את המשמעות הכלכלית

2. חשב את $f(1, 2)$ והשתמשו בתוצאה לחשב את הערך המקורב של $f(1.1, 1.9)$, ללא שימוש במחשבון

3. מצא את השיפוע לקו הגובה בנקודה $(1, 2)$ והסבר את המשמעות הכלכלית

$$\ln a \cdot b = \ln a + \ln b$$

$$\ln x \cdot y = \ln x + \ln y$$

כאן נרצה

$$\ln x^7 = 7 \cdot \ln x$$

$$f(x, y) = \ln(x^2 y^3)$$

$$f = \ln x^2 + \ln y^3$$

$$f = 2 \cdot \ln x + 3 \cdot \ln y$$

1. חשב את $\nabla f(1, 2)$

והסבר את המשמעות הכלכלית

∇f — וקטור

$$f'_x$$

$$f'_y$$

$$f'_x = 2 \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'_x = \frac{2}{x}$$

$$: 1, 2 \quad : 2, 3$$

$$f'_x = \frac{2}{1} = 2$$

$$f'_y = 3 \cdot \frac{1}{y}$$

$$f'_y = \frac{3}{y}$$

$$: 1, 2 \quad : 2, 3$$

$$f'_y = \frac{3}{2} = 1.5$$

הסתכל : $f_{x_{1,2}} = 2$ למה?
 אם נגדיל את כלל הסופרים ביחד
 (מה הסופר נגד קבוע 2)
 אז הסופר נגד 2 (הוא נגד 2)

למה : $f_{y_{(1,2)}} = 1.5$
 אם נגדיל את כלל הסופר ביחד,
 (מה הסופר נגד קבוע 1)
 אז הסופר נגד 1.5

2. חשב את $f(1,2)$ והשתמשו בתוצאה לחשב את הערך המקורב של $f(1.1,1.9)$, ללא שימוש במחשבון

$$f = \ln x^2 y^3$$

$$f = \ln 1^2 \cdot 2^3$$

$$f = 2.07$$

נציב
הנק' $1,2$

נוסחה (הערך המקורב):

$$f(x,y) + f'_x \cdot \begin{matrix} \text{השינוי} \\ x \text{ ב} \\ \text{הנקודה} \\ \text{על } x \end{matrix} + f'_y \cdot \begin{matrix} \text{השינוי} \\ y \text{ ב} \\ \text{הנקודה} \\ \text{על } y \end{matrix}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$f(1,2) \qquad \qquad \qquad 2.07 + 2 \cdot 0.1 + 1.5 \cdot -0.1$$

$$\text{הערך המקורב} = 2.12$$

הערך

3. מצא את השיפוע אלקו הגובה בנקודה (1,2) והסבר את המשמעות הכלכלית

שיפוע
המש"ק
נקודת הנגד

$$M = - \frac{f'_x}{f'_y}$$

$$M = - \frac{2}{1.5}$$

$$M = -1.33$$

משלוח המכירה:

אם נלקח אחד מכל
הפירות בפירות נוסף

הט הנכסיו יקטן פי 1.33
כדי שנגלה

אם אתה תפאד

על דט 2.07 יחידות

ללא ח"כים לשלל

