בית הספר לכלכלה

דף נוסחאות מבוא לסטטיסטיקה ב'

התפלגות נורמלית (התפלגות גאוס)

- $P(Z \le a) = \Phi(a)$
- $P(Z \ge a) = 1 - P(Z \le a) = 1 - \Phi(a)$
- $P(Z \le -a) = \Phi(-a) = 1 - \Phi(a)$
- $P(a \le Z \le b) = P(Z \le b) - P(Z \le a) = \Phi(b) - \Phi(a)$

בדיקת השערות לתוחלת μ - שונות ידועה

$H_0 : \mu \ge \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \mu \le \mu_0$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$H_1 : \mu \ne \mu_0$	$H_1 : \mu > \mu_0$
נדחה H_0 כאשר:	נדחה H_0 כאשר:	נדחה H_0 כאשר:
$\underbrace{Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}_{\text{הסטטיסטי } Z \text{ המחושב במדגם}} < \underbrace{-Z_{1-\alpha}}_{\text{הערך הקריטי } Z \text{ מלוח}}$	$\underbrace{\lvert Z \rvert = \left\lvert \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right\rvert}_{\text{הסטטיסטי } Z \text{ המחושב במדגם}} > \underbrace{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}_{\text{הערך הקריטי } Z \text{ מלוח}}$	$\underbrace{Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}_{\text{הסטטיסטי } Z \text{ המחושב במדגם}} > \underbrace{Z_{1-\alpha}}_{\text{הערך הקריטי } Z \text{ מלוח}}$
$Pvalue = (\alpha') = 1 - \Phi(\lvert Z_{\overline{X}} \rvert)$	$Pvalue = (\alpha') = 2 \cdot (1 - \Phi(\lvert Z_{\overline{X}} \rvert))$	$Pvalue = (\alpha') = 1 - \Phi(Z_{\overline{X}})$

רווח סמך ל μ ברמת סמך $1-\alpha$ (כאשר σ ידועה)

$$\overline{X} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

אורך רווח הסמך

$$L = L_2 - L_1 = 2 \cdot Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

הסטייה המירבית (המרחק המירבי) של $\overline{X}$ מ- μ

$$\frac{L}{2} = \overline{X} - \mu = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

מציאת גודל המדגם n

$$n \ge \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\frac{L}{2}} \right)^2$$

בדיקת השערות לתוחלת μ - שונות לא ידועה (כאשר σ לא ידועה)

$H_0: \mu = \mu_0 \quad (\mu \le \mu_0)$ $H_1: \mu > \mu_0$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(n-1,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$H_0: \mu = \mu_0 \quad (\mu \ge \mu_0)$ $H_1: \mu < \mu_0$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} < \underbrace{-t_{(n-1,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \ne \mu_0$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{\lvert t \rvert = \left\lvert \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \right\rvert}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(n-1,1-\frac{\alpha}{2})}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$
$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}}$ כאשר		
רווח סמך ל μ ברמת סמך $1-\alpha$ $\overline{X} \pm t_{(n-1,1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$		

בדיקת השערות ל μ_D - הפרש תוחלות $\mu_1 - \mu_2$ במדגמים תלויים (מזווגים)

$H_0: \mu_D = a \quad (\mu_D \le a)$ $H_1: \mu_D > a$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{t = \frac{\overline{d} - a}{S_{\overline{d}}} = \frac{\overline{d} - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(n-1,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$H_0: \mu_D = a \quad (\mu_D \ge a)$ $H_1: \mu_D < a$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{t = \frac{\overline{d} - a}{S_{\overline{d}}} = \frac{\overline{d} - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} < \underbrace{-t_{(n-1,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$H_0: \mu_D = a$ $H_1: \mu_D \ne a$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{\lvert t \rvert = \left\lvert \frac{\overline{d} - a}{S_{\overline{d}}} \right\rvert = \left\lvert \frac{\overline{d} - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \right\rvert}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(n-1,1-\frac{\alpha}{2})}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$
$S = S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \overline{d})^2}{n-1}}$		
רווח הסמך ל μ_D ברמת סמך $1-\alpha$ $\overline{d} \pm t_{(n-1,1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$		

בדיקת השערות ורווח סמך לשוויון תוחלות (הפרש התוחלות $\mu_1-\mu_2$) במדגמים בלתי תלויים

שונויות ידועות $\Leftarrow$ σ_1^2 , σ_2^2 **ידועות**

$H_0:\ \mu_1-\mu_2=a$ $H_1:\ \mu_1-\mu_2>a$	$H_0:\ \mu_1-\mu_2=a$ $H_1:\ \mu_1-\mu_2<a$	$H_0:\ \mu_1-\mu_2=a$ $H_1:\ \mu_1-\mu_2\neq a$
נדחה H_0 כאשר:	נדחה H_0 כאשר:	נדחה H_0 כאשר:
$\underbrace{Z=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-a}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}}_{\text{הסטטיסטי Z המחושב במדגם}} > \underbrace{Z_{1-\alpha}}_{\text{הערך הקריטי מלוח Z}}$	$\underbrace{Z=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-a}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}}_{\text{הסטטיסטי Z המחושב במדגם}} < \underbrace{-Z_{1-\alpha}}_{\text{הערך הקריטי מלוח Z}}$	$\underbrace{\lvert Z\rvert=\left\lvert\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-a}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right\rvert}_{\text{הסטטיסטי Z המחושב במדגם}} > \underbrace{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}_{\text{הערך הקריטי מלוח Z}}$
$\text{Pvalue}=(\alpha')=1-\Phi(Z_{\overline{X}_1-\overline{X}_2})$	$\text{Pvalue}=(\alpha')=1-\Phi(\lvert Z_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}\rvert)$	$\text{Pvalue}=(\alpha')=2\cdot(1-\Phi(\lvert Z_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}\rvert))$

רווח סמך ל $\mu_1-\mu_2$ **ברמת סמך** $1-\alpha$

$$(\overline{X}_1-\overline{X}_2)\pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

בדיקת השערות ורווח סמך לשוויון תוחלות (הפרש התוחלות $\mu_1-\mu_2$) במדגמים בלתי תלויים

שונויות לא ידועות, אך שוות $\Leftarrow$ $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$

$H_0:\ \mu_1-\mu_2=a$ $H_1:\ \mu_1-\mu_2>a$	$H_0:\ \mu_1-\mu_2=a$ $H_1:\ \mu_1-\mu_2<a$	$H_0:\ \mu_1-\mu_2=a$ $H_1:\ \mu_1-\mu_2\neq a$
נדחה H_0 כאשר:	נדחה H_0 כאשר:	נדחה H_0 כאשר:
$\underbrace{t=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-a}{S\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(n_1+n_2-2,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$\underbrace{t=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-a}{S\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} < \underbrace{-t_{(n_1+n_2-2,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$\underbrace{\lvert t\rvert=\left\lvert\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-a}{S\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\right\rvert}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(n_1+n_2-2,1-\frac{\alpha}{2})}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$

$$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\overline{X}_1)^2+\sum_{i=1}^{n_2}(X_{2i}-\overline{X}_2)^2}{n_1+n_2-2}=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

רווח סמך ל $\mu_1-\mu_2$ **ברמת סמך** $1-\alpha$

$$(\overline{X}_1-\overline{X}_2)\pm t_{(n_1+n_2-2\ ,\ 1-\frac{\alpha}{2})}\cdot S\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

בדיקת השערות ורווח סמך לשוויון תוחלות (הפרש התוחלות $\mu_1-\mu_2$) במדגמים בלתי תלויים

שונויות לא ידועות ולא שוות $\Leftarrow \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$H_0: \mu_1-\mu_2=a$ $H_1: \mu_1-\mu_2 \neq a$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{\lvert t\rvert=\left\lvert\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-a}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}\right\rvert}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(df,\,1-\frac{\alpha}{2})}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$H_0: \mu_1-\mu_2=a$ $H_1: \mu_1-\mu_2 < a$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{t=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-a}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} < \underbrace{-t_{(df,\,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$	$H_0: \mu_1-\mu_2=a$ $H_1: \mu_1-\mu_2 > a$ נדחה H_0 כאשר: $\underbrace{t=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-a}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}}_{\text{הסטטיסטי t המחושב במדגם}} > \underbrace{t_{(df,\,1-\alpha)}}_{\text{הערך הקריטי מלוח t}}$
$df=\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$		
רווח סמך ל $\mu_1-\mu_2$ **ברמת סמך** $1-\alpha$ $(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\pm t_{(df,\,1-\frac{\alpha}{2})}\cdot\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$		

בדיקת השערות לשוויון שונויות ($\sigma_1^2=\sigma_2^2$) במדגמים בלתי תלויים

$H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2>\sigma_2^2$

נדחה H_0 כאשר:

$$\underbrace{F=\frac{S_1^2}{S_2^2}=\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2}{n_1-1}}{\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_{2i}-\bar{X}_2)^2}{n_2-1}}}_{\text{הסטטיסטי F המחושב במדגם}} > \underbrace{F(n_1-1,n_2-1,1-\alpha)}_{\text{הערך הקריטי מלוח F}}$$