

נעים להכיר- שמי רועי עידן.

נשוי למורן + 2 ילדים.

בוגר תואר ראשון בהצטיינות בכלכלה וניהול
ותואר שני במנהל עסקים מטעם המכללה למנהל.

מורה פרטי מראש"צ, מעביר שיעורים פרטיים ליחידים וקבוצות- כ 14 שנים-
מומחה למבחני מנהל עסקים המכללה למנהל.

למעלה מ 12 שנים אני מעביר תגבורים לסטודנטים מטעם אגודת הסטודנטים.
בקורסים: סטטיסטיקה, כלכלה, מתמטיקה, אקסל ועוד.

בקרב נתראה עוד פעמיים בתגבורי סטטיסטיקה וכלכלה מיקרו.

ההקלטה של היום (כלים מתמטיים) ושל אקסל פתוחות חינם באתר שלי.

אני מפעיל אתר סרטונים (קורסים מוקלטים להכנה למבחן) שייעודו להכין למבחן תוך כ 7 שעות בלבד.
הקורסים המקוונים מלמדים את הכל מאפס ונוצרו במיוחד לסטודנטים למנהל עסקים למבחני המכללה למנהל.
עלות קורס היא 280 שח בלבד (פחות מעלות של שני שיעורים פרטיים).

🏆 100% חינם: מסתככים עם הסתברות? ריבוע הקסם, הסתברות מותנית, זרים ובלתי תלויים:

ממש ה-כ-ל מוסבר מאפס בשיעור 100% חינמי שייעשה לכם סדר מופתי כולל שאלת תרגול ממבחן עדכני!
הלינק כולל גם הקלטה של תגבור אמצע הסמסטר בסטטיסטיקה תיאורית (יישור קו עם הכיתה) שהתקיים באמצע הסמסטר

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%a1%d7%98%d7%98%d7%99%d7%a1%d7%98%d7%99%d7%a7%d7%94-1-%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%95%d7%a4%d7%a8%d7%a7%d7%98%d7%99%d7%a7%d7%94>

🏆 100% חינם: ההקלטה המדוברת של הסמסטר בכלים מתמטיים: תגבור אמצע הסמסטר:

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c>

🏆 **100% חינם: שיעור פתוח על היצע וביקוש:**

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c/lessons/%d7%94%d7%99%d7%a6%d7%a2-%d7%91%d7%99%d7%a7%d7%95%d7%a9-%d7%95%d7%a9%d7%99%d7%95%d7%95%d7%99-%d7%9e%d7%a9%d7%a7%d7%9c>

שני השיעורים החינמיים (שני הלינקים העליונים) שווים לכם כ 60 נקודות בטוחות במבחן הקרוב בכלים מתמטיים!

🏆 100% חינם: שיעור מוקלט שומט לסתות בכלכלה מיקרו (שווה כ 25 נקודות בכל מבחן):

**רועי עידן- מומחה להכנת סטודנטים למנהל עסקים למבחני המכללה למנהל: סטטיסטיקה, כלכלה, אקסל, מתמטיקה.
סרטוני הכנה ממוקדי מבחן ו/או שיעורים פרטיים ליחידים וקבוצות: www.roy-idan.co.il 052-546-6016**

100% חינם: למעבר לתגבור שנערך באקסל לפני מועד א: 

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%99%d7%99%d7%a9%d7%95%d7%9e%d7%99-%d7%9e%d7%97%d7%a9%d7%91-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c-excel>

לסיכום, הקישור כי חשוב:

מרתון אמצע שהעברתי במתמטיקה באמצע הסמסטר :

[https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-](https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c)

[/d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c](https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c)

- הקורס בכלים מתמטיים (מתמטיקה) הוא האחרון שלכם בכל התואר למתמטיקה
- לאורך השנים, המבחן בקורס הוא נוח, שבלוני וידידותי והפעם אפילו יותר מתמיד: לראשונה ירד הנושא הכי חופר בקורס "שחזור פונקציה" (זה הנושא היחיד שירד).
- בכלים מתמטיים, סטטיסטיקה, כלכלה מיקרו ואקסל, להכנה יעילה באמת למבחן: אני ממליץ לפתור רק מבחנים! לפתור, רוחבית, רק מבחנים! אם אין מה לתרגל, רק אז לפתור תרגילי בית. רוחבית הכוונה להתנפל כל פעם על נושא 1 במבחנים. מדוע עדיף מבחנים? בד"כ הסגנון של תרגילי הבית הוא שונה מהסגנון של שאלות המבחנים.
- נא להוריד את מערך השיעור מהצ'ט
- ההקלטה של היום עולה לכאן: <https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c>
- לעיתים הפתרונות בדרכים מסובכות- לא להתרגש: אפשר לפתור בכל דרך, שלא יוריד לכם ביטחון.
- מילואים: המלצתי לקחת פטור (עובר מנהלי) בסטטיסטיקה (מותר לפי המתווה שפורסם) ובשיווק- דברו איתי בפרטי.

למבחנים לא ניגשים לבד (קורסים מקוונים ושיעורים פרטיים)

לינק ישיר לווטסאפ של רועי <https://bit.ly/3E4mHLn>

רועי עידן 052-546-6016 www.roy-idan.co.il

דף הנוסחאות שיצורף למבחן:

מתמטיקה בסיסית - רשימת נוסחאות

אלגברה:

~~סדרה הנדסית~~

~~$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ איבר כללי~~

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

נוסחאות הכפל:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

משוואת ישר: עפ"י נקודה ושיפוע

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ : השיפוע}$$

ריבית מורכבת: $k_n = k_0 \cdot \left(1 \pm \frac{P}{100}\right)^n$

משוואה ריבועית:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

שורשי משוואה ריבועית:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

חוקי חזקות:

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad a^0 = 1$$

תכונות של לוגריתמים:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a (x^k) = k \cdot \log_a x$$

$$\log_a a = 1$$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי - רשימת נוסחאות

כללי אינטגרציה

~~$$\int af(x)dx = a \int f(x)dx$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$~~

נגזרות:
כללי גזירה

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

נוסחאות אינטגרציה:

~~$$\int 0 dx = C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$~~

:

נוסחאות גזירה:

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

פונקציות בשני משתנים:

נקודות קיצון של פונקציות בשני משתנים:

$$D = f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2$$

קיצון עם אילווצים:

פונקצית לגרנג':

~~$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda [g(x, y) - k]$$

חישוב מצד מקס:

$$-L_{\lambda x} (L_{\lambda x} L_{yy} - L_{xy} L_{\lambda y}) + L_{\lambda y} (L_{\lambda x} L_{xy} - L_{xx} L_{\lambda y})$$~~

אסימפטוטה משופעת: $y = mx + n$ עבור

~~$$x \rightarrow \pm\infty$$~~

~~$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$~~

~~$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$$~~

חינם, סרטון של 2 דקות המלמד איך פותרים משוואה עם נעלם 1 במחשבון:

<https://vimeo.com/898037417/bb40f97d9f?share=copy>

הנושאים למבחן: בעיקרון- מכל נושא יש תרגיל 1 בלבד.

השאלה הראשונה: היצע וביקוש: הנושא הקל של הקורס. 20 נקודות.

נושא זה פתוח חינם אצלי באתר:

הכל מאפס, כל המקרים האפשריים. היכנסו לצפות!

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c/lessons/%d7%94%d7%99%d7%a6-%d7%a2-%d7%91%d7%99%d7%a7%d7%95%d7%a9-%d7%95%d7%a9%d7%99%d7%95%d7%95%d7%99-%d7%9e%d7%a9%d7%a7%d7%9c>

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c/lessons/%d7%94%d7%99%d7%a6-%d7%a2-%d7%91%d7%99%d7%a7%d7%95%d7%a9-%d7%95%d7%a9%d7%99%d7%95%d7%95%d7%99-%d7%9e%d7%a9%d7%a7%d7%9c>

השאלה השנייה בנויה משני סעיפים אשר שווים ס"ה 25 נקודות.

סעיף אחד של משוואה מעריכית:

משוואה מעריכית ללא e

למדנו במרתון אמצע (כנסו חינם להקלטה)

או

משוואה מעריכית עם e

למדנו במרתון אמצע (כנסו חינם להקלטה)

סעיף אחד של לוג או LN:

משוואה עם לוג (משוואה לוגריתמית)

למדנו במרתון אמצע (כנסו חינם להקלטה)

או

משוואה עם ln

למדנו במרתון אמצע (כנסו חינם להקלטה)

בעיה מילולית באחוזים בנושא ריבית או מחיר המוצר. 20 נקודות.

למדנו במרתון אמצע (כנסו חינם להקלטה)

נתרגל שוב היום.

חקירת פונקציה: 20 נקודות.

נלמד היום.

נגזרות חלקיות (נקודות קריטיות): 15 נקודות.

נלמד היום.

מה ירד? שחזור פונקציה- נושא גדול וגם הכי מסובך!

מבנה המבחן: הכל פתוח! משך המבחן: שעתיים וחצי.

קישור למרתון האמצע שפתוח חינם לכולם ושווה כ 60

נקודות למבחן הקרוב:

<https://roy-idan.co.il/courses/%d7%9b%d7%9c%d7%99%d7%9d-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%99%d7%9d-%d7%91%d7%a0%d7%99%d7%94%d7%95%d7%9c>

פתוח חינם אצלי
באתר.
היכנסו לצפות!

מועד א'-כלים מתמטיים בניהול-תשפ"ג

שאלה מספר 1 (20 נקודות)-

חברת טיולים מארגנת טיול. המחיר ל-40 מטיילים הוא 260 ש"ח. ידוע כי כאשר נרשמים יותר מטיילים החברה מורידה את המחיר ב-2 ש"ח לכל מטייל.

למשל אם נרשמים לטיול 41 מטיילים אזי המחיר לכל מטייל הוא 258 ש"ח. זוהי משוואת הביקוש.

ככל שיש יותר מטיילים החברה צריכה להשקיע יותר וכך כאשר יש 40 מטיילים עלויות החברה הן 200 ש"ח למטייל ואילו כשיש 50 מטיילים העלות לחברה היא 240 ש"ח למטייל. זוהי משוואת ההיצע.

ענו על הסעיפים הבאים: (ביש הצורך יש לקחת 2 ספרות לאחר הנקודה)-

א. מצאו את משוואת הביקוש ושרטטו זאת במערכת צירים.

ב. מצאו את משוואת ההיצע ושרטטו זאת באותה מערכת צירים שנעשתה בסעיף א'.

ג. מה היא נקודת שיווי המשקל? (הראה באמצעות חישוב)

ד. מצאו את שטח בבין העקומות בין הצירים ובין נקודת שיווי משקל ברביע הראשון כלומר מהו ערכו של השטח שנוצר בין ההיצע ובין הביקוש וציר ה-x בחלק החיובי ובחלק החיובי של ציר y של מערכת הצירים (כלומר

השטח התחום בין 4 נקודות לפי הפירוט הבא: נקודת החיתוך של הביקוש עם ציר x, נקודת שיווי משקל, נקודת חיתוך של משוואת ההיצע עם ציר y ונקודת ראשית ראשית הצירים.

שאלה מספר 2

מצא את x בסעיפים הבאים (אין קשר בין הסעיפים)

$$3 \cdot 4^x - 19 \cdot 2^x - 40 = 0$$

נושא התרגיל: משוואה מעריכית
ללא e

$$3e^{2x} - 3e^x = 0$$

נושא התרגיל:
משוואה מעריכית עם e

$$\ln(3x + 10) - \ln x^2 = 0$$

נושא התרגיל: ln

$$\log_2(2^{2x+1} - 12 \cdot 2^x) = 5$$

נושא התרגיל: לוגים

או

או

נושא התרגיל: ריבית (בעיה מילולית באחוזים)

שאלה 2 (15 נקודות)

א. אדם הפקיד את אותו סכום כסף בשני בנקים. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף גדל באחוז קבוע אך שונה מבנק לבנק.

בבנק הראשון : כעבור 5 שנים מיום ההפקדה היה סכום הכסף 5657 ש"ח

וכעבור 4 שנים נוספות היה סכום הכסף 6244.27 ש"ח .

ואילו בבנק השני כעבור 9 שנים מיום ההפקדה סכום הכסף היה 6150

ש"ח.

מצאו בכמה אחוזים גדל כל שנה סכום הכסף בכל אחד מהבנקים?

או

נושא התרגיל: מחיר המוצר (בעיה מילולית באחוזים)

שאלה מספר 3 (15 נקודות)

מחירו של מוצר 35,600 ש"ח. ידוע כי המחיר עלה פעמיים. המחיר עלה בפעם השנייה ב 4% יותר מאשר בפעם הראשונה, כמו כן ידוע שלאחר שני השינויים הראשונים (עליה ראשונה ועליה שניה) המחיר עלה ב -30% לעומת המחיר ההתחלתי של המוצר.

ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצאו את אחוז העלייה במחיר בכל אחת מהפעמים (בעליה ראשונה ובעליה שניה)

ב. חשב את המחיר הסופי של המוצר (לאחר ששתי העליות)

נושא התרגיל: חקירת פונקציה

שאלה מספר 4- (20 נקודות)

$$y = \frac{x}{1-x^2} : \text{ נתונה הפונקציה}$$

חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים:

- א. תחום הגדרה של הפונקציה הנתונה
- ב. תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון של הפונקציה הנתונה
- ג. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ד. אסימפטוטות (אנכיות ואופקיות)
- ה. שרטוט מקורב.

נושא התרגיל: נגזרות חלקיות (נקודות קריטיות)

שאלה מספר 6 (10 נקודות) 15 נק'

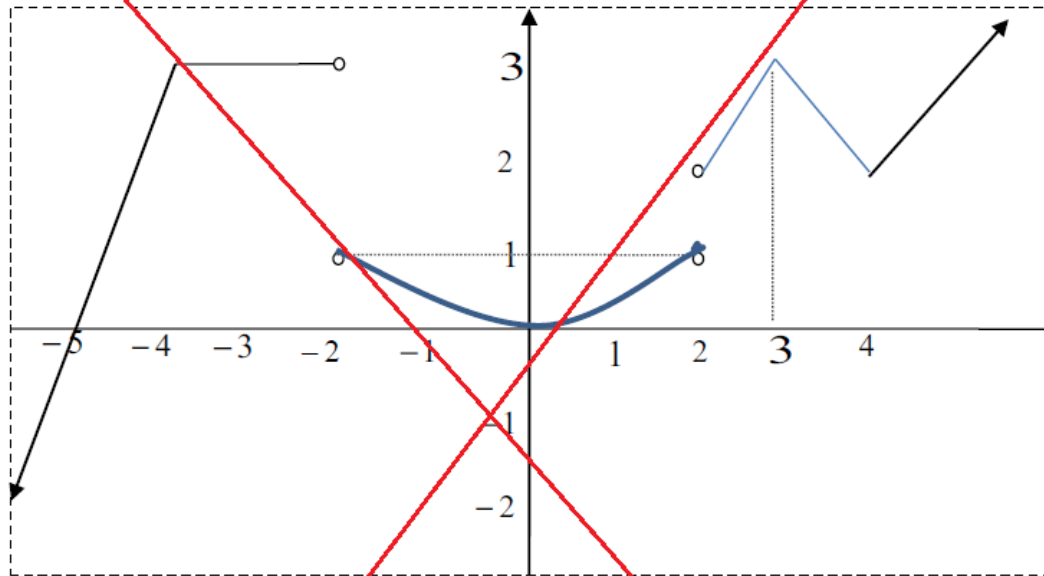
נתונה הפונקציה הבאה: $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$ יש למצוא את הנקודות הקריטיות ולאפיין אותן (מקסימום, מינימום או אוקף)

נושא התרגיל: שחזור פונקציה (ירד מהחומר ב 2024)

שאלה מספר 5- (20 נקודות)

עליך לכתוב ליד כל טענה נכון/לא נכון. על גבי טופס המבחן. מי שמסמן הכל נכון או מסמן הכל לא נכון מקבל 0 נקודות על השאלה.

- על תשובה לא נכונה יורדו נקודות.
- השתמש במחברתך כטייטה בלבד.



כמו כן נתון כי:

- הפונקציה $y = f(x)$, הציפה לכל x והפונקציה חיובית עבור כל x
- גרף הנגזרת $y = f'(x)$ הוא קו ישר בעל שיפוע 1 עבור $x > 4$ ובנקודה $x=4$ הגודל של הנגזרת הוא 2 כלומר $y' = f'(4) = 2$
- גרף הנגזרת $y = f'(x)$ קו ישר $y = 3$ עבור $-4 \leq x < -2$, וקו ישר בעל שיפוע 3 עבור $x < -4$ (הנגזרת חותכת את ציר ה- x בנק -5)
- $f(6) = 8, f(-6) = 3$
- ידוע כי $f'(0) = 0$
- ידוע גם כי $f(0) = 0$

הטענות- יש לציין לצד כל מספר טענה האם היא נכונה/לא נכונה

1. לפונקציה $y = f(x)$ יש 3 נקודות קיצון מקומיות _____
2. בתחום $1 < x < 2$ $\frac{f'(x)}{f(x)} > 0$ _____
3. בקטע $x < 4$ ניתן לומר ש- $f(8) = 18$ _____
4. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית בנקודה $x = -2$ _____
5. כאשר x שואף ל- ∞ אז: $\frac{-6x^3+x}{x^3+2x+1} = -6$ _____
6. בקטע $x > 4$ ניתן לומר ש- $f(-8) = 15$ _____
7. לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית במינוס ∞ _____

הקדמה:

נגזרות חלקיות (X וגם Y):

$$f = x^2 + y^3$$

$$f'_x = 2 \cdot x$$

$$f'_y = 3y^2$$

חוק חלופי:

כשנראה X ו Y מובנים (ככל בן X ו Y) נראה נענה (נראה) אגב כל מהלך לוקח אגב שזרים

$$f = 8y^2 \cdot x$$

$$f'_x = 8y^2$$

$$f'_y = 8 \cdot 2y$$

לוקח אגב

$$f = 5x^3 \cdot 4y^3$$

$$f'_y = 5x^3 \cdot 4 \cdot 3y^2$$

$$f'_x = 5 \cdot 4y^3 \cdot 3x^2$$

עבור 3 הפונקציות הנ"ל:

א. נניח שיש נקודת קיצון:

$$f'_x = 0$$

$$f'_y = 0$$

נצטרך גם להשלים את הנגזרות f'_x, f'_y

ב. נצטרך להוסיף את f'_x, f'_y

אנחנו צריכים נגזרות:

$$f''_{xx}$$

$$f''_{yy}$$

ג. נגדע לנוסחת D מהקודם:

$$D = f''_{xx} \cdot f''_{yy} - (f''_{xy})^2$$

נדנים הנגזרות השניות לנוסחה

נדע כי הנקודה שמתוארת בנוסחה איננה בהחלט קיצון:

	אם $D < 0$	אז	אין
נק' \min	אם $D > 0$	ואם $f''_{xx} > 0$	אין
נק' \max	אם $D > 0$	ואם $f''_{xx} < 0$	אין

נתונה הפונקציה הבאה: $f(x, y) = 6xy - x^3 - y^2$ יש למצוא את הנקודות הקריטיות ולאפיין אותן (מקסימום, מינימום או אוקף)

$$f = 6x \cdot y - x^3 - y^2$$

פתר א:

1. $f'_x = 6y - 3x^2 = 0$
 נגזיר x

2. $f'_y = 6x - 2y = 0$
 נגזיר y
 $6x = 2y \quad /:2$
 $x = y$

ק' בלנו שני משוואות.
 נישא לקצה יותר.
 ננסה להניח $x = a$ או $y = b$ ולהציב בגשוואה האחרת.
 למצוא נישאלי להוציא לזכר השתל.
 חובה להציא נק' x, y בסוף השאלה הזו.

1. $f'_x = 6y - 3x^2 = 0 \rightarrow$ נציב $y = 3x$
 $6 \cdot 3x - 3x^2 = 0$
 $18x - 3x^2 = 0$
 $x = 6 \quad x = 0$
 $x = y$
 $(6, 18)$

2. $f'_y = 6x - 2y = 0$
 $3x = y$
 $3 \cdot 0 = y$
 $0 = y$
 $(0, 0)$

רק אחרי להציא נק' הסתיים פתר א.

: 2 2 fe

$$f'_x = 6y - 3x^2$$

$$f'_y = 6x - 2y$$

נין 3 : 2 2 fe

$$f''_{xx} = -6x$$

$$f''_{xy} = 6$$

$$f''_{yy} = -2$$

: 2 2 fe

$$D = f''_{xx} \cdot f''_{yy} - (f''_{xy})^2$$

$$= -6x \cdot -2 - (6)^2$$

$$D = 12x - 36$$

ה נק' $\frac{x}{6}, \frac{y}{18}$

$$D = 12 \cdot 6 - 36$$

$$D = 36$$

$D > 0 \rightarrow$ נק' מקסימום

$$f''_{xx} = -6x$$

$$-6 \cdot 6 = -36$$

ס' חיובי
של f''_{xx}
בנק' 6, 18
Max

ה נק' $\frac{x}{0}, \frac{y}{0}$

$$D = 12 \cdot 0 - 36$$

$$D = -36$$

$D < 0$

ה נק' $(0, 0)$ אינה נק' מקסימום

נתונה הפונקציה הבאה:

$$f(x,y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$$

יש למצוא את הנקודות הקריטיות ולאפיין אותן (מקסימום, מינימום או אוקר)

ה פ e כ :

$$f'_x = 3y \cdot 2x - 6x = 0$$

$$\cancel{6}yx - \cancel{6}x = 0 \quad /:6 \quad yx - x = 0$$

$$x \cdot (y - 1) = 0$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ x=0 & y=1 \end{matrix}$$

$$f'_y = 3x^2 + 3y^2 - 6y = 0$$

$$\cancel{3} \cdot 0^2 + 3y^2 - 6y = 0$$

$$y = 2 \quad y = 0$$

נציב $x=0$ בשאלה

$$0, 0$$

$$0, 2$$

הפעם נטור ש $y=1$ זהו נא צב בשאלה השנייה :

$$3 \cdot x^2 + 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = 0$$

$$3x^2 + 3 - 6 = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$x = 1 \quad x = -1$$

$$(1, 1)$$

$$(-1, 1)$$

נקודות קיצון של הפונקציה $f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 6x - 6y$
 $(0, 2)$ $(0, 0)$ $(1, 1)$ $(-1, 1)$

$f'_x = 3y \cdot 2x - 6x$

$f'_y = 3x^2 + 3y^2 - 6y$

~~נקודות קיצון של הפונקציה~~

$f''_{xx} = 3 \cdot y \cdot 2 - 6$

$f_{xx} = 6y - 6$

$f''_{xy} = 3 \cdot 2x = 6x$

$f''_{yy} = 6y - 6$

$D = (6y - 6) \cdot (6y - 6) - (6x)^2$

$$: D \approx \begin{matrix} 0,2 \\ x & y \\ \end{matrix} \approx 3,3$$

$$D = (6 \cdot 2 - 6) \cdot (6 \cdot 2 - 6) - (6 \cdot 0)^2$$

$$D = 36 \quad D > 0$$

$$f_{xx} = 6y - 6$$

$$6 \cdot 2 - 6 = 6$$

Min $\begin{matrix} \hat{f} \\ \hat{f} \end{matrix} \approx \text{pd} \quad f_{xx} > 0$
 $(0,2)$

$$: D \approx \begin{matrix} x & y \\ 0,0 \\ \end{matrix} \approx 3,3$$

$$D = \underset{\downarrow 0}{(6y-6)} \cdot \underset{\downarrow 0}{(6y-6)} - \underset{\downarrow 0}{(6x)^2}$$

$$D = 36$$

$$D > 0$$

$$f_{xx} = 6y - 6$$

$$f_{xx} = 6 \cdot 0 - 6 = -6$$

Max $\begin{matrix} \hat{f} \\ \hat{f} \end{matrix} \approx \text{pd} \leftarrow$
 $0,0$

f_{xx}
 $\cdot f_{yy}$

$$: D \approx \begin{matrix} x & y \\ 1,1 \\ \end{matrix} \approx 3,3$$

$$D = 0 \cdot 0 - 36$$

$$D < 0 \quad \text{Sollk } \hat{f} \approx$$

$$D = -12 \cdot 0 - 36$$

$$D < 0 \quad \text{Sollk } \hat{f} \approx (-1,1)$$

$$: D \approx \begin{matrix} x & y \\ -1,1 \\ \end{matrix} \approx 3,3$$

שאלה ממש דומה ממועד ב 2022, נא לתרגל בבית:

שאלה מספר 6

נתונה הפונקציה הבאה: $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2 \cdot y + 4$ יש למצוא את הנקודות הקריטיות ולאפיין אותן (מקסימום, מינימום או אוקף)

1. $f'_x = 2x + 0 + y \cdot 2x = 0$
 $2x + 2yx = 0 \quad /:2$
 $x + y \cdot x = 0$

$x \cdot (1 + y) = 0$
 $\downarrow \qquad \downarrow$
 $x = 0 \qquad y = -1$

$(0, 0)$

$(x, -1)$

$f'_y = 2y + x^2 = 0$

$2y = 0$
 $y = 0$ | $2 \cdot (-1) + x^2 = 0$
 $-2 + x^2 = 0$
 $x = 1.41$

$x = -1.41$

$(0, 0)$

$(1.41, -1)$

$(-1.41, -1)$

$$\frac{2 \quad 2 \quad 2}{\quad}$$

$$f'_x = 2x + 2yx$$

$$f'_y = 2y + x^2$$

נקודות קיצון של פונקציות בשני משתנים:

$$f''_{xx} = 2 + 2y$$

$$f''_{yy} = 2x$$

$$f''_{xy} = 2$$

נקודות קיצון של פונקציות בשני משתנים:

$$D = f''_{xx} \cdot f''_{yy} - (f''_{xy})^2$$

$$D = (2 + 2y) \cdot 2 - (2x)^2$$

$$\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.41 & -1 \\ -1 & 4.1 & -1 \end{pmatrix}$$

∴ D נמצא 0,0 נקודה זו

$$D = (2 + 2 \cdot 0) \cdot 2 - (2 \cdot 0)^2$$

$$D = 4 \quad D > 0$$

$$f_{xx} = 2 + 2y \rightarrow 0$$

$$f_{xx} = 2 > 0$$

Min נקודה
(0,0) נקודה

∴ D נמצא (1.41, -1)

$$D = (2 + 2y) \cdot 2 - (2x)^2$$

$$(2 + 2 \cdot (-1)) \cdot 2 - (2 \cdot 1.41)^2$$

$$D < 0$$

נקודה

∴ D ≈ ≈ 31 ∪ (-1.41, -1)

$$D = (2 + 2y) \cdot 2 - (2x)^2$$

\downarrow \downarrow
-1 -1.41

$$D < 0$$

. for \hat{y}

שאלה מספר 3 (15 נקודות)

- א. מחירו של מוצר השתנה פעמיים במהלך השנה. מחירו ההתחלתי היה 1000 ש"ח ובסוף השנה היה מחיר 856 ש"ח. השינוי הראשון במחיר של המוצר היה עליה ב- X% והשינוי השני היה ירידה הגדולה ב- 10% מאחוז עליה. מהו אחוז העלייה בפעם הראשונה?
- ב. אם מחירו ההתחלתי של המוצר 1000 ש"ח ובשני השינויים היה אחוז השינוי זהה (בעליה ובירידה) ובהינתן שמחירו הסופי של המוצר 920 ש"ח מצא את אחוז השינוי בכל אחת מהפעמים.

$$K_0 \cdot \left(1 + \frac{X}{100}\right) = K_1$$
 הגמר
 בסוף
 הגמר
 בסוף
 חוק: כל שני נתאי בטורם (כרזים)

$$1000 \cdot \left(1 + \frac{X}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{X+10}{100}\right) = 856$$
 I ע"י
 II הג'ני ה

$$\left(1 + \frac{X}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{X+10}{100}\right) = 0.856$$
 חוק: קווא צה, אם בלטה איבר יחיד ובלתי

שני הלקים נבדלם הפרקם כחומר

$$\left(1 + \frac{X}{100}\right) \cdot \left(1 - \left[\frac{X}{100} + \frac{10}{100}\right]\right) = 0.856$$

$$\frac{x}{100} = t$$

$$(1 + t) \cdot (1 - 1 \cdot [t + 0.1]) = 0.856$$

$$(1 + t) \cdot (1 - t - 0.1) = 0.856$$

$$(1 + t) \cdot (0.9 - t) = 0.856$$

$$0.9 - t + 0.9t - t^2 - 0.856 = 0$$

$$-t^2 - 0.1t + 0.044 = 0$$

$$t = 0.1656$$

$$t = -$$

$$\frac{x}{100} = \frac{0.1656}{1}$$

תפילת ת
מלך " כס
הנולדו נה.

$$x = 16.56 \%$$

$$\textcircled{2} \quad 1000 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 920$$

I 'U'e II 'U'e

$$\frac{x}{100} = t \quad / \cdot 100$$

$$1000(1+t) \cdot (1-t) = 920$$

$$(1+t) \cdot (1-t) = 0.920 \quad / : 1000$$

$$1 - \cancel{t} + \cancel{t} - t^2 - 0.920 = 0$$

$$-t^2 + 0.08 = 0 \quad \text{mod } 53$$

$$t = 0.2828$$

$$t = -$$

/ 100

$$\frac{x}{100} = 0.2828$$

'N'ca s'mic 28,28%

II p'ca p'u I p'ca

חקירת פונקציה

1. תחום הגדרה:

המכנה חייב להיות שונה מ-0.
עלינו לזכור את התוצאות שיתקבלו במהלך כל החקירה.

2. נקודות קיצון:

א. גוזרים את הפונקציה המקורית לפי נוסחת המנה, משווים ל-0 (המכנה תמיד ייעלם במיידן).

נגזרת מנה:

$$\frac{\text{מכנה גזור} * \text{מונה רגיל} - \text{מונה רגיל} * \text{מכנה גזור}}{\text{המכנה בריבוע}}$$

נקבל X ים ונבדוק אם הם נפסלים בתחום ההגדרה

ב. נציב את ה X ים שקיבלנו בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה Y

ג. נכין טבלה שתכיל את ת.ה וגם את ה X ים שמצאנו בשלב א.

נמציא מספרים נוחים ונציבם בנגזרת האחרונה.

תוצאה חיובית היא עליה
תוצאה שלילית היא ירידה

נרשום אם קיבלנו נקודת מינימום או מקסימום או שאין בכלל נקודות קיצון.

3. חיתוך עם ציר ה X, תמיד נציב $0=Y$
חיתוך עם ציר ה Y, תמיד נציב $0=X$

עם הסוגי
הלקו וני
תל' 3.

4. אסימפטוטה אנכית

חוקים למציאת אס אנכית:

ניקח את מספרי תחום ההגדרה מסעיף א
ונבצע להם גבול LIM פעם ב + ופעם ב -

התוספת הקבועה שנוריד ושנעלה היא תמיד 0.01

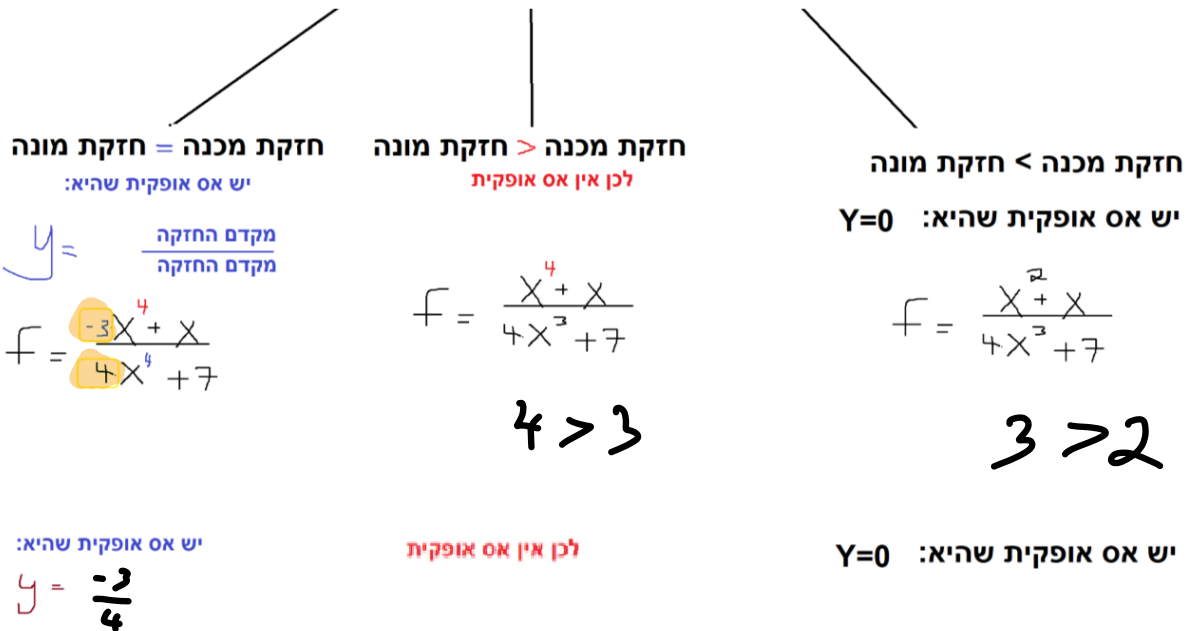
עובדים על הפונק המקורית
המספר עצמו לא חשוב- אלא רק הסימן + או -

תמיד נצמיד סימן של אינסוף ∞ ונאמר שיש אס אנכית.

אסימפטוטה אופקית:

אס אופקית: 3 חוקים שעלינו לשנן:

עלינו לקחת את החזקה הכי גבוהה וגם את החזקה הכי גבוהה
שבמכנה ולערוך השוואה בגודל.



בכל אופן, חובה לרשום כך:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \text{רשמים את הפונק המקורית}$$

אס אנכי
אס אופקי

תמיד בשרטוט עצמו אסימפטוטות הן קו מרוסק (מקווקו) כאשר העיקרון הוא שרק בקצוות של הקו המרוסק הפונקציה חייבת להתלכד, להתמוזג, להיצמד ולהתמגנט תמיד עם קצה הקו המרוסק (קצה האסימפטוטה).

5. שרטוט:

נמקם התוצאות לפי סדר הסעיפים: הכל חייב להתחבר באופן מושלם- אחרת טעינו

שאלה מספר 4 (20 נקודות)

$$f(x) = \frac{2x + 3}{(x + 2)^2}$$

חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים:

- א. תחום הגדרה של הפונקציה הנתונה
- ב. תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון של הפונקציה הנתונה
- ג. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ד. אסימפטוטות (אנכיות ואופקיות)
- ה. שרטוט מקורב.

$$f(x) = \frac{2x + 3}{(x + 2)^2} \rightarrow (x + 2) \cdot (x + 2)$$
$$x^2 + 2x + 2x + 4$$

$$g = \frac{2x + 3}{x^2 + 4x + 4}$$

א. $x^2 + 4x + 4 \neq 0$: ה' .

$$\boxed{x \neq -2}$$

$$f = \frac{2x+3}{x^2+4x+4} \rightarrow \begin{matrix} \text{נגזרת המונה} \\ 2 \\ \cdot 2 \\ \text{נגזרת המכנה} \\ 2x+4 \end{matrix}$$

$$y' = \frac{2 \cdot (x^2+4x+4) - (2x+3) \cdot (2x+4)}{(x^2+4x+4)^2} = 0$$

$$2 \cdot (x^2+4x+4) - (2x+3) \cdot (2x+4) = 0$$

$$2x^2 + 8x + 8 - [4x^2 + 8x + 6x + 12] = 0$$

$$2x^2 + 8x + 8 - (4x^2 + 14x + 12)$$

$$2x^2 + 8x + 8 - 4x^2 - 14x - 12 = 0$$

$$y' : -2x^2 - 6x - 4 = 0$$

$$x = -1$$

~~$$x = -2$$~~

נקודה
במ.ה

$$\max(-1, 1)$$

$$y = \frac{2x+3}{x^2+4x+4}$$

$$y = \frac{2 \cdot (-1) + 3}{(-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 4}$$

למה ציטרה y נציב

בפינק' המקורית
x = -1

$$y = 1$$

ג. נכין טבלה שתכיל את ת.ה וגם את ה X ים שמצאנו בשלב א.

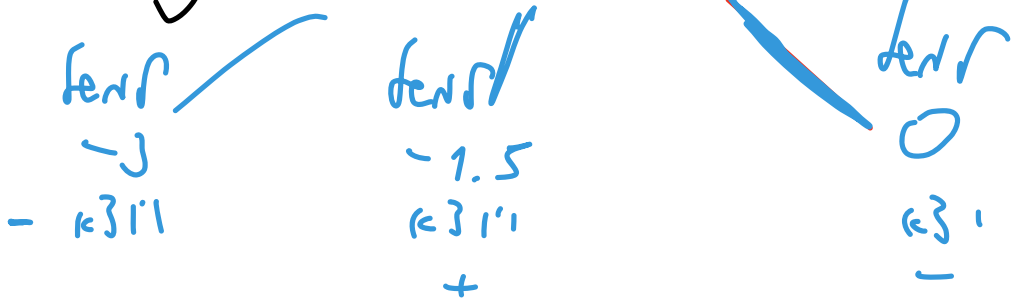
נמציא מספרים נוחים ונציבם בנגזרת האחרונה.

תוצאה חיובית היא עליה
תוצאה שלילית היא ירידה

נרשום אם קיבלנו נקודת מינימום או מקסימום או שאין בכלל נקודות קיצון.



$$y' = -2x^2 - 6x - 4$$



$$-2 < x < -1 \quad \text{י.ה.ה}$$

$$x < -2 \quad \text{י.ה.ה}$$

$$-1 < x$$

$x=0$ נציב, y נציב φ קטן .2

$$f = \frac{2x+3}{x^2+4x+4}$$

$$y = 0.75$$

$$(0, 0.75)$$

$\dot{y}=0$ נציב, x נציב φ קטן

$$0 = \frac{2x+3}{x^2+4x+4}$$

$$2x+3=0$$

$$2x = -3$$

$$x = -1.5$$

$$(-1.5, 0)$$

0 קטן .2

אי קטן

אי קטן

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+3}{x^2+4x+4}$$

$$1 < 2$$

גדול קטן

$$y = 0$$

$$\frac{2x+3}{x^2+4x+4}$$

$$f = \frac{2x+3}{x^2+4x+4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^{+0.01}} \frac{2x+3}{x^2+4x+4} = \frac{-}{+} = -\infty$$

(-1.99, -∞)

$$\lim_{x \rightarrow -2^{-0.01}} \frac{2x+3}{x^2+4x+4} = \frac{-}{+} = -\infty$$

-2.01, -∞

שאלה מספר 4 (20 נקודות)

נתונה הפונקציה :

$$y = \frac{x}{(x+1)^2}$$

ממש נטו
גזירה
שטחים
גזירת
Live

חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים:

- א. תחום הגדרה של הפונקציה הנתונה
- ב. תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון של הפונקציה הנתונה
- ג. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ד. אסימפטוטות (אנכיות ואופקיות)
- ה. שרטוט מקורב.

$$y = \frac{x}{(x+1)(x+1)} \rightarrow x^2 + x + x + 1$$

$$y = \frac{x}{x^2 + 2x + 1}$$

א. ת.ה $x \neq 0$ מ.נ.ה

$$x^2 + 2x + 1 \neq 0$$

mod 5 ג

$$x \neq -1$$

גזירה

$$y' = \frac{1(x^2 + 2x + 1) - x \cdot (2x + 2)}{(x^2 + 2x + 1)^2} = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 - 2x^2 - 2x$$

נכנס פ.ה

$$y' = -x^2 + 1 = 0 \quad \text{mod 5 ג} \quad \boxed{x=1} \quad x \neq -1$$

קיצון

נציב בביטוי מקורי ונקבל

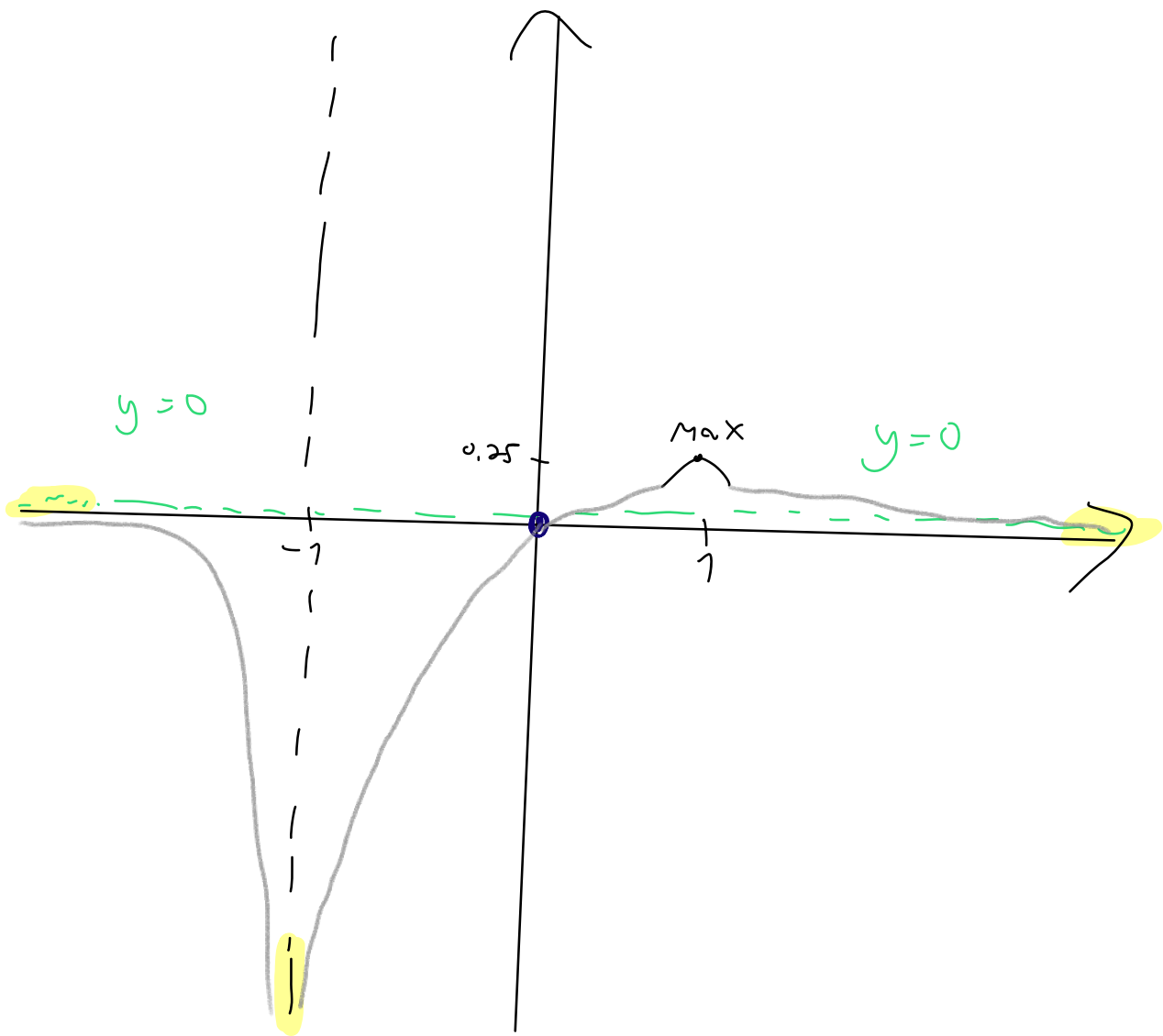
$$y = 0.25 \quad (1, 0.25)$$

$$y = 0$$

כאשר $x < 1$ או $x > 2$

1
הפונקציה
שלילית

< 2
הפונקציה
חיובית



שאלה בנושא לוגים:

נתונה המשוואה הבאה:

$$\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$$

כאשר \log הוא לוג בסיס 10
 נרשום את המשוואה בצורה
 $\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$
 נעביר את $\log 2$ ו-1 לאותו צד
 $\log(4^{x-2} + 9) - 1 = 1 - \log 2 + \log(2^{x-2} + 1)$
 $\log(4^{x-2} + 9) - \log 10 = \log 2 + \log(2^{x-2} + 1)$
 $\log\left(\frac{4^{x-2} + 9}{10}\right) = \log(2 \cdot (2^{x-2} + 1))$
 $\frac{4^{x-2} + 9}{10} = 2 \cdot (2^{x-2} + 1)$
 $4^{x-2} + 9 = 20 \cdot (2^{x-2} + 1)$
 $4^{x-2} + 9 = 20 \cdot 2^{x-2} + 20$
 $4^{x-2} - 20 \cdot 2^{x-2} + 9 = 20$
 $4^{x-2} - 20 \cdot 2^{x-2} - 11 = 0$
 נציב $2^{x-2} = t$
 $t^2 - 20t - 11 = 0$
 נפתור את המשוואה הריבועית
 $t = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 + 4 \cdot 11}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 44}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{444}}{2}$
 $t = 10 \pm \sqrt{111}$
 מכיוון ש- $t = 2^{x-2}$ הוא חיובי, ניקח את הפתרון החיובי:
 $2^{x-2} = 10 + \sqrt{111}$
 $x - 2 = \log_2(10 + \sqrt{111})$
 $x = 2 + \log_2(10 + \sqrt{111})$

$$\log_2(4^{x+1} - 2) - \log_2(2^{x+2} - 4.5) = x + 1$$

$$\log_2(4^{x+1} - 2) - \log_2(2^{x+2} - 4.5) = x + 1$$

2, כ סר ל
Ⓜ

$$\log_2 \frac{4^{x+1} - 2}{2^{x+2} - 4.5} = x + 1$$

כ.נ
 $4^{x+1} - 2 > 0$
 $2^{x+2} - 4.5 > 0$

$$\frac{4^x \cdot 4 - 2}{2^x \cdot 4 - 4.5} = 2^{x+1} \Rightarrow \frac{4^x \cdot 4 - 2}{2^x \cdot 4 - 4.5} = 2^x \cdot 2$$

$$2^x = t \quad 4^x = t^2 \quad \frac{4t^2 - 2}{4t - 4.5} = 2t \quad / 4t - 4.5$$

$$4t^2 - 2 = 8t^2 - 9t$$

$$0 = 4t^2 - 9t + 2$$

$$t_{1,2} = \frac{9 \pm 7}{8}$$

$$t = 2 \quad t = \frac{1}{4}$$

$$t = 2 \quad t = \frac{1}{4}$$

$$2^x = 2 \quad 2^x = \frac{1}{4}$$

$$x = 1 \quad x = -2$$

$$4^{1+1} - 2 > 0$$

$$2^{1+2} - 4.5 > 0$$

$$4^{-2+1} - 2 = 4^{-1} - 2 \neq 0$$

$$x = -2 \quad \text{סרס}$$

בז'אח

$$x = 1 \quad \text{חלוקה, סוכ'ח}$$